半単純擬リーマン対称空間のs表現の局所軌道型について

馬場 蔵人
(東京理科大学大学院理学研究科数学専攻博士課程2年)

Introduction

1999年にTamaru [6]によってコンパクト型対称空間のイソトロピー表現の局所軌道型が調べられ，その結果によると，すべての局所軌道型からなる集合は，与えられた対称空間の制限ルート系によって決定されることが知られている．さらに，Kondo [3]によって階数が低い場合の対称R空間の局所軌道型が与えられている．本研究では，半単純対称空間の線形イソトロピー表現の双曲軌道および楕円軌道の局所軌道型を，半単純対称空間の極大分離的可換部分空間に関する制限ルート系を用いて分類をする．

1 準備

Gを連結半単純Lie群，σをGのinvolutionとする．σの固定点集合をG_σとし，その単位元を含む連結成分を$(G_\sigma)_0$で表す．

定義 1.1. Gの閉部分群Hに対して，$(G_\sigma)_0 \subset H \subset G_\sigma$が成り立つとき，対$(G,H)$を**半単純対称対**と呼び，さらに商多様体$G/H$を**半単純対称空間**と呼ぶ．

この講演録では，半単純対称対(G,H)に対して，G,HのLie代数をそれぞれ$\mathfrak{g},\mathfrak{h}$で表したとき，対$(\mathfrak{g},\mathfrak{h})$も半単純対称対と呼び，$\sigma$によって誘導される$\mathfrak{g}$のinvolutionも同じ記号$\sigma$で表す．このとき，$\mathfrak{h} = \mathrm{Ker}(\sigma - \mathrm{id})$が成り立ち，$G/H$の$eH$における接空間は$\mathrm{Ker}(\sigma + \mathrm{id})$ $(=: \mathfrak{q})$と同一視される．但し，eはGの単位元を表す．また，$\mathrm{Ad}_G : G \to GL(\mathfrak{g})$を$G$の随伴表現としたとき，$\mathfrak{g}$のKilling形式を$\mathfrak{q}\times\mathfrak{q}$に制限したものは，$\mathfrak{q}$の$\mathrm{Ad}_G(H)$不変な非退化内積を定める．従って，$G/H$上に擬Riemann計量がこの非退化内積を用いて自然に定まる．

半単純対称対$(\mathfrak{g},\mathfrak{h})$に対して，$\sigma$と可換なCartan involution θを1つ固定する．Berger [2]によってθの存在が示されており，また，このようなCartan involutionはθと$\mathrm{Ad}_G(H)$共役であることに注意する．θの$+1$の固有空間，-1の固有空間をそれぞれ$\mathfrak{k},\mathfrak{p}$としたとき，$\mathfrak{g} = \mathfrak{k} + \mathfrak{p}$が成り立つ．さらに，$\sigma$と$\theta$は可換であるから，それらの同時固有空間分解$\mathfrak{g} = \mathfrak{k}\cap\mathfrak{h} + \mathfrak{p}\cap\mathfrak{h} + \mathfrak{k}\cap\mathfrak{q} + \mathfrak{p}\cap\mathfrak{q}$が成り立つ．

$\mathfrak{a}$を$\mathfrak{p}\cap\mathfrak{q}$の極大可換部分空間(即ち，$\mathfrak{q}$の極大分離的可換部分空間)とする．各$\lambda \in \mathfrak{a}^*$に対して，$\mathfrak{g}_\lambda := \{X \in \mathfrak{g} \,|\, [A,X] = \lambda(A)X,\ \forall A \in \mathfrak{a}\}$としたとき，Rossmann [5]およびOshima-Sekiguchi [4]によって$\Delta := \{\lambda \in \mathfrak{a}^* \setminus \{0\} \,|\, \mathfrak{g}_\lambda \neq \{0\}\}$がルート系になることが示されている．この$\Delta$を極大分離的可換部分空間$\mathfrak{a}$に関する$(\mathfrak{g},\mathfrak{h})$の**制限ルート系**と呼ぶ．また，$\mathfrak{a}$に関する制限ルート空間分解

$\mathfrak{g} = \mathfrak{g}_0 + \sum_{\lambda\in\Delta}\mathfrak{g}_\lambda$ が成り立つ．各 $\lambda \in \Delta$ に対して，$\mathfrak{h}_\lambda := (\mathfrak{g}_\lambda + \mathfrak{g}_{-\lambda}) \cap \mathfrak{h}$, $\mathfrak{q}_\lambda := (\mathfrak{g}_\lambda + \mathfrak{g}_{-\lambda}) \cap \mathfrak{q}$ とし，対 $(\dim(\mathfrak{p}\cap\mathfrak{q}_\lambda), \dim(\mathfrak{k}\cap\mathfrak{q}_\lambda))$ を λ の**符号**と呼び，$(m^+(\lambda), m^-(\lambda))$ で表す．

補題 1.2. $\mathfrak{a}^*$ の適当な辞書式順序に関する Δ の正ルート系を Δ_+ で表す．このとき，$\mathfrak{h}, \mathfrak{q}$ に対して，それぞれ次のような直和分解が成り立つ：

$$\mathfrak{h} = \mathfrak{z}_\mathfrak{h}(\mathfrak{a}) + \sum_{\lambda\in\Delta_+}\mathfrak{h}_\lambda, \quad \mathfrak{q} = \mathfrak{z}_\mathfrak{q}(\mathfrak{a}) + \sum_{\lambda\in\Delta_+}\mathfrak{q}_\lambda.$$

但し，$\mathfrak{z}_\mathfrak{h}(\mathfrak{a}) := \mathfrak{g}_0 \cap \mathfrak{h}$, $\mathfrak{z}_\mathfrak{q}(\mathfrak{a}) := \mathfrak{g}_0 \cap \mathfrak{q}$ とする．

注意 1. 一般に，$\mathfrak{a}$ は $\mathfrak{q}$ の極大可換部分空間ではないので，$\mathfrak{a}$ は $\mathfrak{z}_\mathfrak{q}(\mathfrak{a})$ に等しいとは限らない．また，$\mathfrak{q}$ の任意の極大分離的可換部分空間は $\mathfrak{a}$ と $\mathrm{Ad}_G(H)$ 共役である．

定義 1.3. $\mathfrak{q}$ 上の表現 $\mathrm{Ad}_\mathfrak{q} : H \to GL(\mathfrak{q})$ を任意の $h \in H$ に対して，$\mathrm{Ad}_\mathfrak{q}(h) := \mathrm{Ad}_G(h)|_\mathfrak{q}$ で定義したとき，この表現を G/H の **s 表現**と呼ぶ．A が $\mathfrak{q}$ の双曲元であるとき，A を通る $\mathrm{Ad}_\mathfrak{q}(H)$ 軌道 $\mathrm{Ad}_\mathfrak{q}(H)A$ は**双曲的**であると呼び，また，A が $\mathfrak{q}$ の楕円元であるとき，$\mathrm{Ad}_\mathfrak{q}(H)A$ は**楕円的**であると呼ぶ．

補題 1.4. 任意の $A \in \mathfrak{a}$ におけるイソトロピー部分代数 $\mathfrak{h}_A$ に対して，次のような直和分解が成り立つ：

$$\mathfrak{h}_A = \mathfrak{z}_\mathfrak{h}(\mathfrak{a}) + \sum_{\lambda\in\Delta_A\cap\Delta_+}\mathfrak{h}_\lambda.$$

但し，$\Delta_A := \{\lambda \in \Delta \,|\, \lambda(A) = 0\}$ とする．

定義 1.5. A を $\mathfrak{q}$ の双曲元とする．A におけるイソトロピー部分代数が**双曲的主イソトロピー部分代数**であるとは，その局所軌道型がすべての双曲的な $\mathrm{Ad}_\mathfrak{q}(H)$ 軌道の局所軌道型からなる集合の中で最小のものであるときを呼ぶ．この講演録の最後に，$\mathfrak{g}$ が単純である古典型対称対の双曲的主イソトロピー部分代数をまとめておいた．

定義 1.6. Δ の部分集合 Δ' が以下の 2 条件を満たすとき**閉部分系**と呼ぶ：

(i) $\lambda, \mu \in \Delta'$ かつ $\lambda + \mu \in \Delta$ ならば $\lambda + \mu \in \Delta'$,
(ii) $\Delta' = -\Delta'$.

各 $\lambda \in \Delta'$ に対して，λ の符号を $\lambda \in \Delta$ の符号として定義する．

Δ_A は明らかに Δ の閉部分系であることがわかる．

2 主定理

定理 A. Δ' を Δ の閉部分系とする．このとき，以下の 3 条件を満たす半単純対称対 $(\mathfrak{g}', \mathfrak{h}')$ が存在する：

(i) $\mathfrak{g}'$ と $\mathfrak{h}'$ はそれぞれ $\mathfrak{g}$ と $\mathfrak{h}$ の部分代数である,
(ii) $(\mathfrak{g}', \mathfrak{h}')$ の制限ルート系は Δ' に同型である,
(iii) $(\mathfrak{g}', \mathfrak{h}')$ の双曲的主イソトロピー部分代数は $(\mathfrak{g}, \mathfrak{h})$ の双曲的主イソトロピー部分代数のイデアルである.

証明の概略．$\mathfrak{a}$ を $\mathfrak{p}\cap\mathfrak{q}$ の極大可換部分空間とする．さらに，$\mathfrak{a}_\mathfrak{q}$ と $\mathfrak{a}_\mathfrak{p}$ をそれぞれ $\mathfrak{a}$ を含む $\mathfrak{q}$ と $\mathfrak{p}$ の極大可換部分空間とし，$\tilde{\mathfrak{a}}$ をそれらを含む $\mathfrak{g}$ の極大可換部分代数とする．このとき，$\tilde{\mathfrak{a}}$ の複素化 $\tilde{\mathfrak{a}}^\mathbb{C}$ は $\mathfrak{g}^\mathbb{C}$ の Cartan 部分代数になる．$\tilde{\mathfrak{a}}^\mathbb{C}$ に関する $\mathfrak{g}^\mathbb{C}$ のルート系を R で表し，$\alpha\in R$ に関するルート部分空間を $\mathfrak{g}^\mathbb{C}_\alpha$ で表す．このとき，Δ' が Δ の閉部分系であることから，$R' := \{\alpha\in R \,|\, \bar{\alpha}\in\Delta'\cup\{0\}\}$ は R の閉部分系であることがわかる．但し，$\bar{\alpha}$ は α を $\mathfrak{a}$ に制限したものを表す．$\mathfrak{g}^\mathbb{C}$ のキリング形式を $B_{\mathfrak{g}^\mathbb{C}}$ としたとき，各 $\alpha\in R$ に対して $A_\alpha\in\tilde{\mathfrak{a}}^\mathbb{C}$ を $B_{\mathfrak{g}^\mathbb{C}}(A,A_\alpha)=\alpha(A)$ $(\forall A\in\tilde{\mathfrak{a}}^\mathbb{C})$ によって定める．このとき，$\mathfrak{g}'^\mathbb{C} := \mathrm{Span}_\mathbb{C}\{A_\alpha \,|\, \alpha\in R'\} + \sum_{\alpha\in R'}\mathfrak{g}^\mathbb{C}_\alpha$ とすると，$\mathfrak{g}'^\mathbb{C}$ は $\mathfrak{g}^\mathbb{C}$ の半単純部分代数であり，$\mathfrak{g}^\mathbb{C}$ の $\mathfrak{g}$ に関する conjugation に関して不変であることがわかる．従って，$\mathfrak{g}' := \mathfrak{g}'^\mathbb{C}\cap\mathfrak{g}, \mathfrak{h}' := \mathfrak{g}'\cap\mathfrak{h}$ としたとき，半単純対称対 $(\mathfrak{g}',\mathfrak{h}')$ は主張にある 3 つの条件を満たすことがわかる． □

定義 2.1. 証明の概略中に構成した $(\mathfrak{g}',\mathfrak{h}')$ を Δ' に対応する対称対と呼び，$(\mathfrak{g}(\Delta'),\mathfrak{h}(\Delta'))$ で表す．さらに，$(\mathfrak{g}(\Delta'),\mathfrak{h}(\Delta'))$ の双曲的主イソトロピー部分代数を $\mathfrak{h}_0(\Delta')$ で表す．

定理 B. $\Psi(\mathfrak{a})$ を Δ の単純ルート系とする．このとき，すべての双曲的な $\mathrm{Ad}_\mathfrak{q}(H)$ 軌道の局所軌道型からなる集合は次に等しい：

$$\left\{[\mathfrak{h}(\Delta_\Theta)+\mathfrak{z}_\mathfrak{h}(\mathfrak{a})/\mathfrak{h}_0(\Delta_\Theta)] \,\middle|\, \Theta\subset\Psi(\mathfrak{a})\right\}.$$

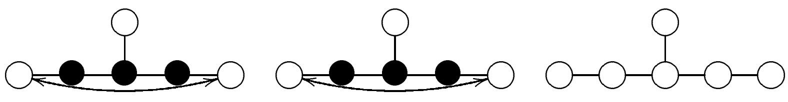
但し，Δ_Θ は Θ を単純ルート系にもつ Δ の閉部分系とする．

証明の概略．$\{\lambda_1,\ldots,\lambda_r\} := \Psi(\mathfrak{a})$ とする．A を $\mathfrak{q}$ の双曲元としたとき，$\mathrm{Ad}_\mathfrak{q}(H)A$ は $\mathfrak{a}$ と交わるので，$A = a_1A_1+\cdots+a_kA_k$ $(a_1,\ldots,a_k>0, r\geq k)$ としても一般性を失わない．但し，$(A_1,\ldots,A_r)$ は $(\lambda_1,\ldots,\lambda_r)$ の双対基底とする．このとき，$\{\lambda_{k+1},\ldots,\lambda_r\}$ は Δ_A の単純ルート系であることがわかる．従って，補題 1.4 と定理 A より，$\mathfrak{h}_A = \mathfrak{h}(\Delta_A)+\mathfrak{z}_\mathfrak{h}(\mathfrak{a})/\mathfrak{h}_0(\Delta_A)$ を得る． □

注意 2. $\mathfrak{g}^{ad} := \mathfrak{h}+\sqrt{-1}\mathfrak{q}$ $(\subset\mathfrak{g}^\mathbb{C})$ とする．$\mathfrak{g}^{ad}$ は $\mathfrak{g}^\mathbb{C}$ から誘導されるブラケット積に関して実 Lie 代数であり，$(\mathfrak{g}^{ad},\mathfrak{h})$ は半単純対称対になる．従って，すべての楕円的な $\mathrm{Ad}_\mathfrak{q}(H)$ 軌道の局所軌道型からなる集合はすべての双曲的な $\mathrm{Ad}_{\sqrt{-1}\mathfrak{q}}(H)$ 軌道の局所軌道型からなる集合に等しい．

3 例

$(\mathfrak{e}_{6(6)},\mathfrak{so}(5,5)+\mathbb{R})(=:(\mathfrak{g},\mathfrak{h}))$ に対する，すべての双曲軌道の局所軌道型を決定する．まず始めに，$(\mathfrak{g},\mathfrak{h})$ の双曲的主イソトロピー部分代数は以下のような 3 つの佐武図形を用いることによって求められる．

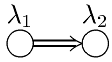
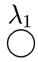
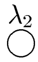


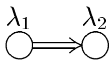
$(\mathfrak{g},\mathfrak{h},\mathfrak{a})$ の佐武図形　$(\mathfrak{g},\mathfrak{h},\mathfrak{a}_\mathfrak{q})$ の佐武図形　$(\mathfrak{g},\mathfrak{h},\mathfrak{a}_\mathfrak{p})$ の佐武図形

即ち，これら 3 つの佐武図形は $\mathfrak{g}^\mathbb{C}$ の Dynkin 図形をもとに，各ルートをそれぞれ $\mathfrak{a},\mathfrak{a}_\mathfrak{q},\mathfrak{a}_\mathfrak{p}$ に制限することで得られる佐武図形を表している．従って，双曲的主イソトロピー部分代数の中心部分と半単純部分はそれぞれ，$\mathbb{R}$ と $\mathfrak{sl}(4,\mathbb{R})$ であることがわかる．

次に他の $\mathrm{Ad}_\mathfrak{q}(H)$ 軌道の局所軌道型を求める．$(\mathfrak{g},\mathfrak{h})$ の $\mathfrak{a}$ に関する制限ルート系 Δ の Dynkin 図形と各ルートの符号はそれぞれ以下のようになる (cf. [4])．

表 1: $(\mathfrak{e}_{6(6)}, \mathfrak{so}(5,5)+\mathbb{R})$ の双曲軌道の局所軌道型

Θ	対応するイソトロピー部分代数
	$\mathbb{R}+\mathfrak{so}(5,5)$
	$\mathbb{R}+\mathfrak{so}(3,4)$
	$\mathbb{R}+\mathfrak{sl}(5,\mathbb{R})$
ϕ	$\mathbb{R}+\mathfrak{sl}(4,\mathbb{R})$



Δ の Dynkin 図形

$$\begin{pmatrix} m^+(\lambda_1) & m^+(2\lambda_1) \\ m^-(\lambda_1) & m^-(2\lambda_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} m^+(\lambda_2) & m^+(2\lambda_2) \\ m^-(\lambda_2) & m^-(2\lambda_2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

定理 B にならって，Δ の単純ルート系の部分集合として $\{\lambda_1\}$ をとってきた場合を考える．$\{\lambda_1\}$ を単純ルート系とする Δ の閉部分系を Δ_1 としたとき，$(\mathfrak{g}(\Delta_1), \mathfrak{h}(\Delta_1)) = (\mathfrak{so}(4,4), \mathfrak{so}(3,3))$ であり，さらにその双曲的主イソトロピー部分代数は $\mathfrak{so}(3,3)(\cong \mathfrak{sl}(4,\mathbb{R}))$ であることがわかる (cf. 表 2)．従って，対応するイソトロピー部分代数は $\mathbb{R}+\mathfrak{so}(3,4)$ である．同様にして単純ルート系の部分集合に対応するイソトロピー部分代数をまとめたものが表 1 である．さらにこの場合では，$(\mathfrak{g}^{ad}, \mathfrak{h}) = (\mathfrak{e}_{6(6)}, \mathfrak{so}(5,5)+\mathbb{R})$ となるので，注意 2 より，$(\mathfrak{g}, \mathfrak{h})$ のすべての楕円軌道の局所軌道型からなる集合も上の表 1 と等しくなる．

表 2: $\mathfrak{g}$ が単純である古典型対称対の双曲的主イソトロピー部分代数

$(\mathfrak{g}, \mathfrak{h})$	双曲的主イソトロピー部分代数
$(\mathfrak{sl}(n,\mathbb{R}), \mathfrak{so}(p,n-p))$	$\{0\}$
$(\mathfrak{su}(p,n-p), \mathfrak{so}(p,n-p))$	$\mathfrak{so}(n-2p)$
$(\mathfrak{sl}(n,\mathbb{R}), \mathfrak{sl}(p,\mathbb{R})+\mathfrak{sl}(n-p,\mathbb{R})+\mathbb{R})$	$\begin{cases} \mathbb{R}^{p-1} & (n=2p) \\ \mathbb{R}^p+\mathfrak{sl}(n-2p,\mathbb{R}) & (n>2p) \end{cases}$
$(\mathfrak{su}^*(2n), \mathfrak{sp}(p,n-p))$	$\mathfrak{sp}(1)^n$
$(\mathfrak{su}(2p,2(n-p)), \mathfrak{sp}(p,n-p))$	$\mathfrak{sp}(1,\mathbb{C})^p+\mathfrak{sp}(n-2p)$
$(\mathfrak{su}^*(2n), \mathfrak{su}^*(2p)+\mathfrak{su}^*(2(n-p))+\mathbb{R})$	$\begin{cases} \mathbb{R}^{p-1}+\mathfrak{sp}(1)^p & (n=2p) \\ \mathbb{R}^p+\mathfrak{sp}(1)^p+\mathfrak{su}^*(2(n-2p)) & (n>2p) \end{cases}$
$(\mathfrak{sl}(2n,\mathbb{R}), \mathfrak{sp}(n,\mathbb{R}))$	$\mathfrak{sp}(1,\mathbb{R})^n$
$(\mathfrak{su}^*(2n), \mathfrak{so}^*(2n))$	$\mathfrak{u}(1)^n$

table continued on next page

continued from previous page

$(\mathfrak{g}, \mathfrak{h})$	双曲的主イソトロピー部分代数
$(\mathfrak{su}(n,n), \mathfrak{so}^*(2n))$	$\{0\}$
$(\mathfrak{sl}(2n,\mathbb{R}), \mathfrak{sl}(n,\mathbb{C}) + \mathfrak{so}(2))$	$\mathbb{R}^{n-1}$
$(\mathfrak{su}^*(2n), \mathfrak{sl}(n,\mathbb{C}) + \mathfrak{so}(2))$	$\begin{cases} \mathbb{R}^{m-1} + \mathfrak{su}(2)^m & (n = 2m) \\ \mathbb{R}^m + \mathfrak{su}(2)^m + \mathfrak{so}(2) & (n = 2m+1) \end{cases}$
$(\mathfrak{su}(n,n), \mathfrak{sp}(n,\mathbb{R}))$	$\begin{cases} \mathfrak{sp}(1,\mathbb{C})^m & (n = 2m) \\ \mathfrak{sp}(1,\mathbb{C})^m + \mathfrak{sp}(1,\mathbb{R}) & (n = 2m+1) \end{cases}$
$(\mathfrak{su}(p_1+p_2, q_1+q_2), \mathfrak{su}(p_1,q_1) + \mathfrak{su}(p_2,q_2) + \mathfrak{so}(2))$	$\begin{cases} \mathfrak{so}(2)^{p_1+q_1-1} & (p_1 = q_2, p_2 = q_1) \\ \mathfrak{so}(2)^{p_1+p_2+1} + \mathfrak{su}(q_2-p_1) + \mathfrak{su}(q_1-p_2) & (p_1 < q_2, p_2 < q_1) \\ \mathfrak{so}(2)^{p_1+q_1} + \mathfrak{su}(q_2-p_1, p_2-q_1) & ((p_1 \leq q_2, q_1 < p_2) \text{ or } (p_1 < q_2, q_1 \leq p_2)) \end{cases}$
$(\mathfrak{su}(n,n), \mathfrak{sl}(n,\mathbb{C}) + \mathbb{R})$	$\mathfrak{so}(2)^{n-1}$
$(\mathfrak{so}^*(2n), \mathfrak{su}(p,n-p) + \mathfrak{so}(2))$	$\begin{cases} \mathfrak{su}(2)^m & (p,\ n-p : \mathit{even}) \\ \mathfrak{su}(2)^m + \mathfrak{so}(2) & (\mathit{others}) \end{cases}$
$(\mathfrak{so}(2p, 2(n-p)), \mathfrak{su}(p,n-p) + \mathfrak{so}(2))$	$\mathfrak{su}(1,1)^p + \mathfrak{u}(n-2p)$
$(\mathfrak{so}^*(2n), \mathfrak{so}^*(2p) + \mathfrak{so}^*(2(n-p)))$	$\mathfrak{so}(2)^p + \mathfrak{so}^*(2(n-2p))$
$(\mathfrak{so}(n,n), \mathfrak{so}(n,\mathbb{C}))$	$\{0\}$
$(\mathfrak{so}^*(2n), \mathfrak{so}(n,\mathbb{C}))$	$\mathfrak{so}(2)^{[n/2]}$
$(\mathfrak{so}(n,n), \mathfrak{sl}(n,\mathbb{R}) + \mathbb{R})$	$\begin{cases} \mathfrak{sl}(2,\mathbb{R})^m & (n = 2m) \\ \mathbb{R} + \mathfrak{sl}(2,\mathbb{R})^m & (n = 2m+1) \end{cases}$
$(\mathfrak{so}(p_1+p_2, q_1+q_2), \mathfrak{so}(p_1,q_1) + \mathfrak{so}(p_2,q_2))$	$\begin{cases} \mathfrak{so}(q_2-p_1) + \mathfrak{so}(q_1-p_2) & (p_1 < q_2, p_2 < q_1) \\ \mathfrak{so}(q_2-p_1, p_2-q_1) & (p_1 \leq q_2, q_1 \leq p_2) \end{cases}$
$(\mathfrak{so}^*(4n), \mathfrak{su}^*(2n) + \mathbb{R})$	$\mathfrak{sp}(1)^n$
$(\mathfrak{sp}(n,\mathbb{R}), \mathfrak{su}(p,n-p) + \mathfrak{so}(2))$	$\{0\}$

table continued on next page

continued from previous page

$(\mathfrak{g}, \mathfrak{h})$	双曲的主イソトロピー部分代数
$(\mathfrak{sp}(p, n-p), \mathfrak{su}(p, n-p) + \mathfrak{so}(2))$	$\mathfrak{u}(1)^p + \mathfrak{u}(n-2p)$
$(\mathfrak{sp}(n, \mathbb{R}), \mathfrak{sp}(p, \mathbb{R}) + \mathfrak{sp}(n-p, \mathbb{R}))$	$\mathfrak{sp}(1, \mathbb{R})^p + \mathfrak{sp}(n-2p, \mathbb{R})$
$(\mathfrak{sp}(n, n), \mathfrak{sp}(n, \mathbb{C}))$	$\mathfrak{sp}(1)^n$
$(\mathfrak{sp}(2n, \mathbb{R}), \mathfrak{sp}(n, \mathbb{C}))$	$\mathfrak{sp}(1, \mathbb{R})^n$
$(\mathfrak{sp}(n, n), \mathfrak{su}^*(2n) + \mathbb{R})$	$\mathfrak{u}(1)^n$
$(\mathfrak{sp}(p_1 + p_2, q_1 + q_2), \mathfrak{sp}(p_1, q_1) + \mathfrak{sp}(p_2, q_2))$	$\begin{cases} \mathfrak{sp}(1)^{p_1+p_2} + \mathfrak{sp}(q_2 - p_1) + \mathfrak{sp}(q_1 - p_2) \\ \qquad (p_1 < q_2, p_2 < q_1) \\ \mathfrak{sp}(1)^{p_1+q_1} + \mathfrak{sp}(q_2 - p_1, p_2 - q_1) \\ \qquad (p_1 \leq q_2, q_1 \leq p_2) \end{cases}$
$(\mathfrak{sp}(n, \mathbb{R}), \mathfrak{sl}(n, \mathbb{R}) + \mathbb{R})$	$\{0\}$

参考文献

[1] K. Baba, Local orbit types of s-representations of semisimple symmetric spaces, in preparation.

[2] M. Berger, Les espaces symétriques noncompacts, Ann. Sci. École Norm. Sup., **74** (1957), 85–177.

[3] K. Kondo, Local orbit types of S-representations of symmetric **R**-spaces, Tokyo J. Math., **26** (2003), 67–81.

[4] T. Oshima and J. Sekiguchi, The restricted root system of a semisimple symmetric pair, Adv. Stud. Math., **4** (1984), 433–497.

[5] W. Rossmann, The structure of semisimple symmetric spaces, Canad. J. Math., **31** (1979), 157–180.

[6] H. Tamaru, The local orbit types of symmetric spaces under the actions of the isotropy subgroups, Differential Geom. Appl., **11** (1999), 29–38.

DEPARTMENT OF MATHEMATICS FACULTY OF SCIENCE
TOKYO UNIVERSITY OF SCIENCE
26 WAKAMIYA-CHO SHINJUKU-KU TOKYO 162-8601 JAPAN.
E-mail: baba@ma.kagu.tus.ac.jp