

Ia型超新星の極大等級 の変数選択

植村誠（広島大）

川端弘治（広島大）、池田思朗（統数研）、前田啓一（京都大）

@研究会「天文学・宇宙物理学とスパースモデリング」

2014. 11. 19 – 20 京都大学

概要

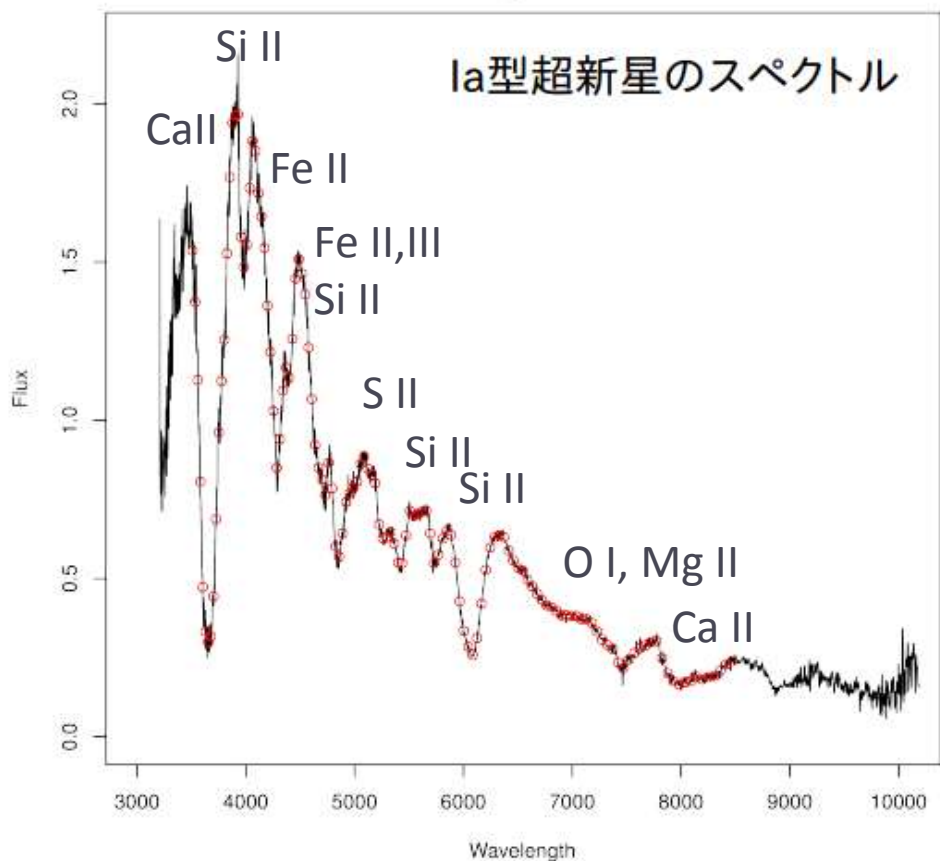
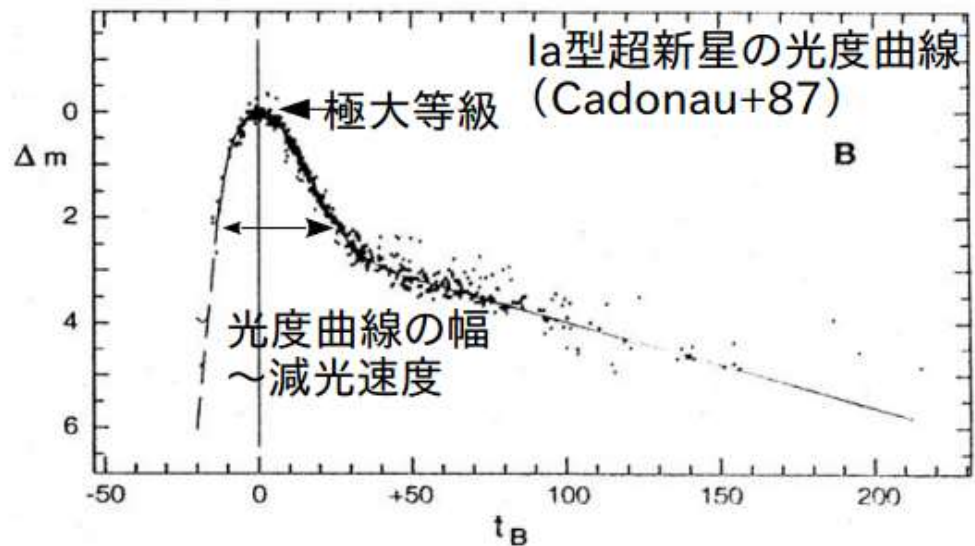
- Ia型超新星の極大等級の説明変数として様々な観測量が提案されてきたが、どの変数が良いのか、LASSOで変数選択してみた。
- Outline
 - Ia型超新星とは？
 - 極大等級の説明変数の先行研究
 - 今回のモデルと結果

Ia型超新星



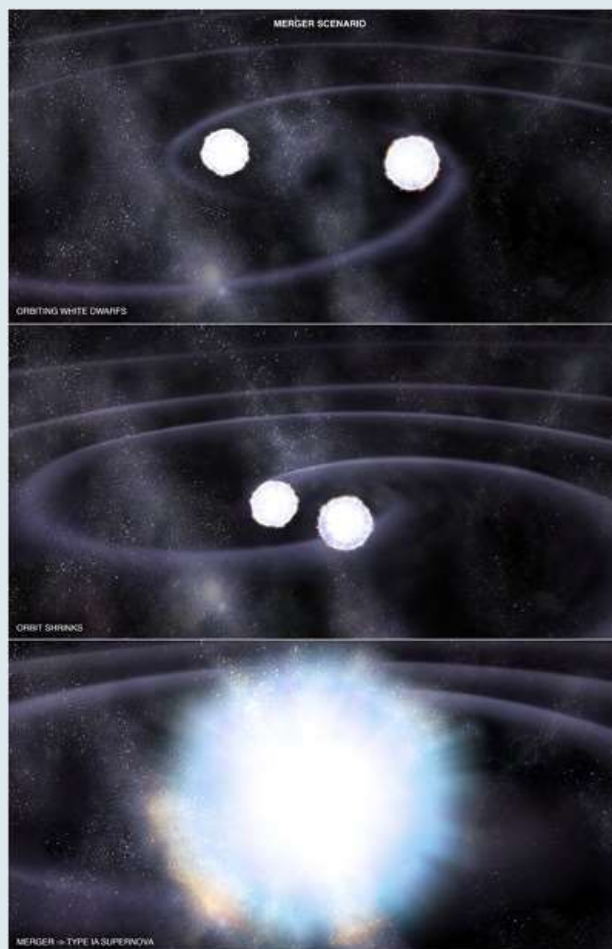
STScI

- 爆発現象として最も明るい部類
- 遠くの銀河で発生しても見える



Ia型超新星の正体

- 白色矮星の合体説



- 単独白色矮星の降着説

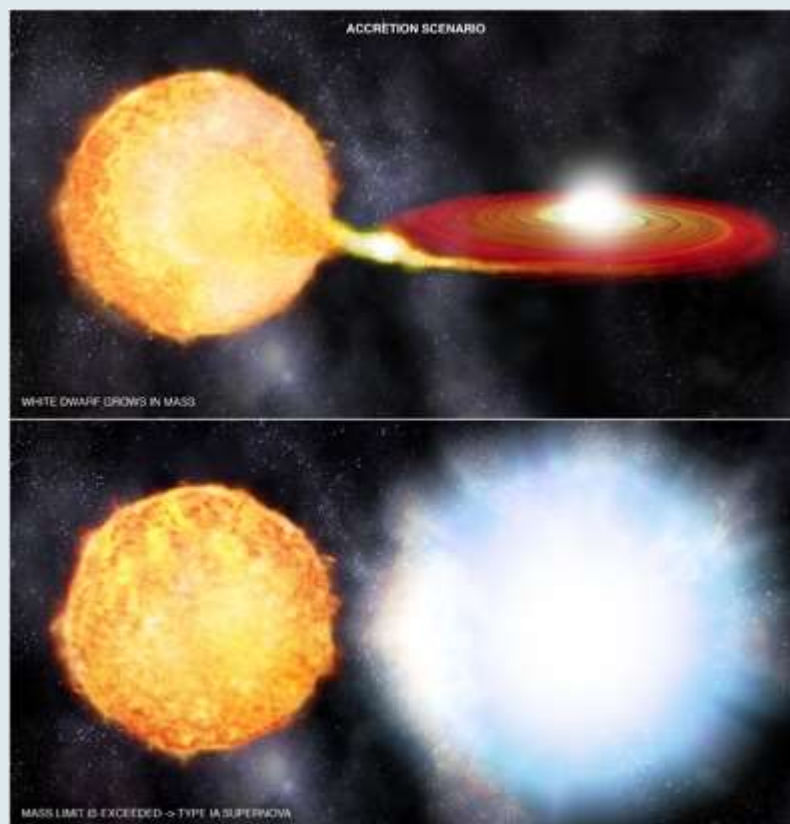


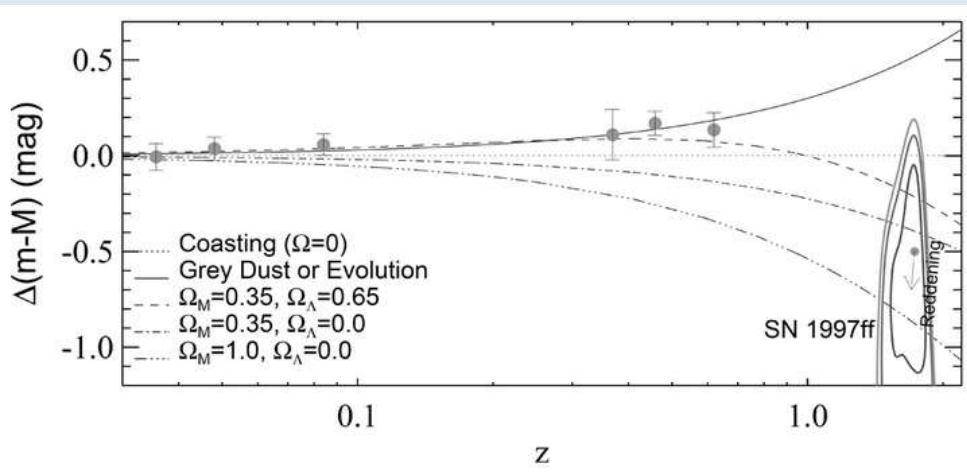
Image: NASA/CXC/M Weiss.

距離の指標として

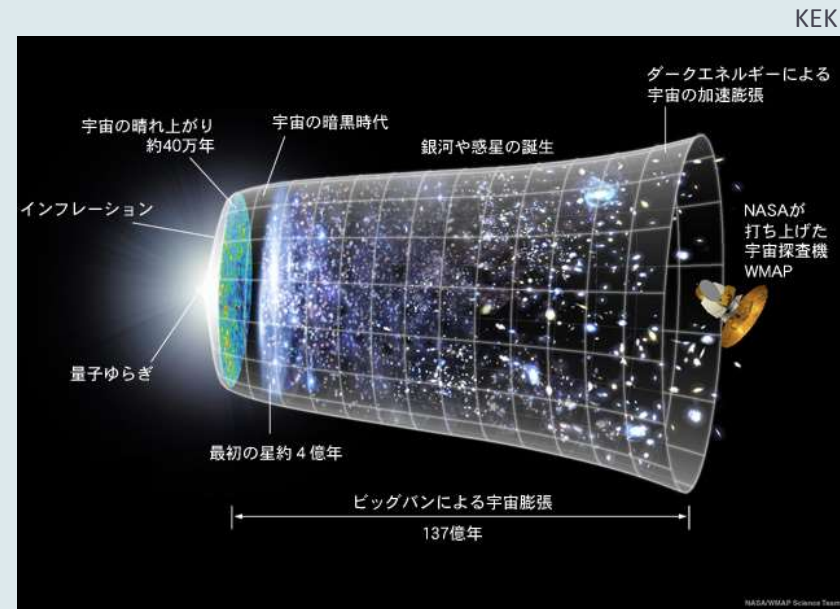


Nobelprize.org

- 極大時の本来の光度（絶対等級）がどの天体もほぼ等しい
 - Chandrasekhar限界質量
- 見かけの等級から銀河の距離を推定
- 2011年ノーベル物理学賞「宇宙の加速膨張の発見」

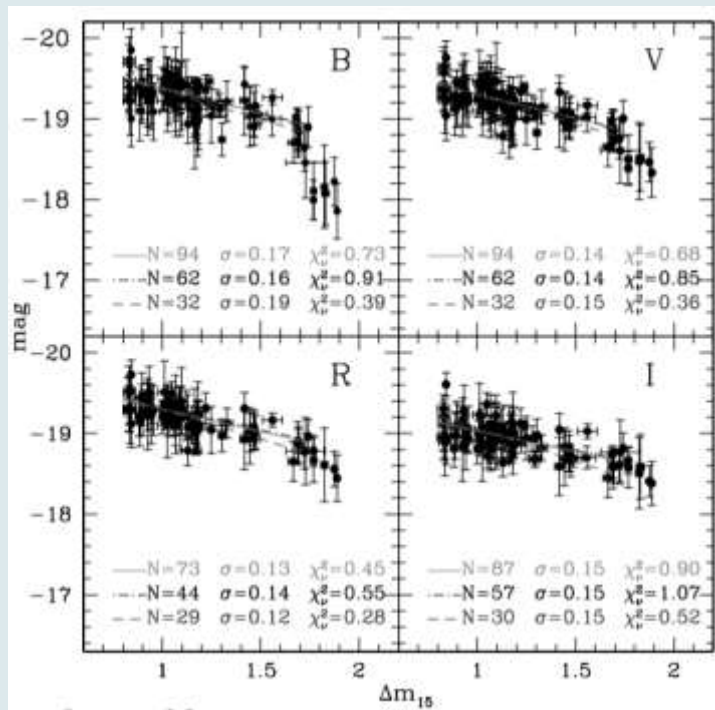


Riess2001

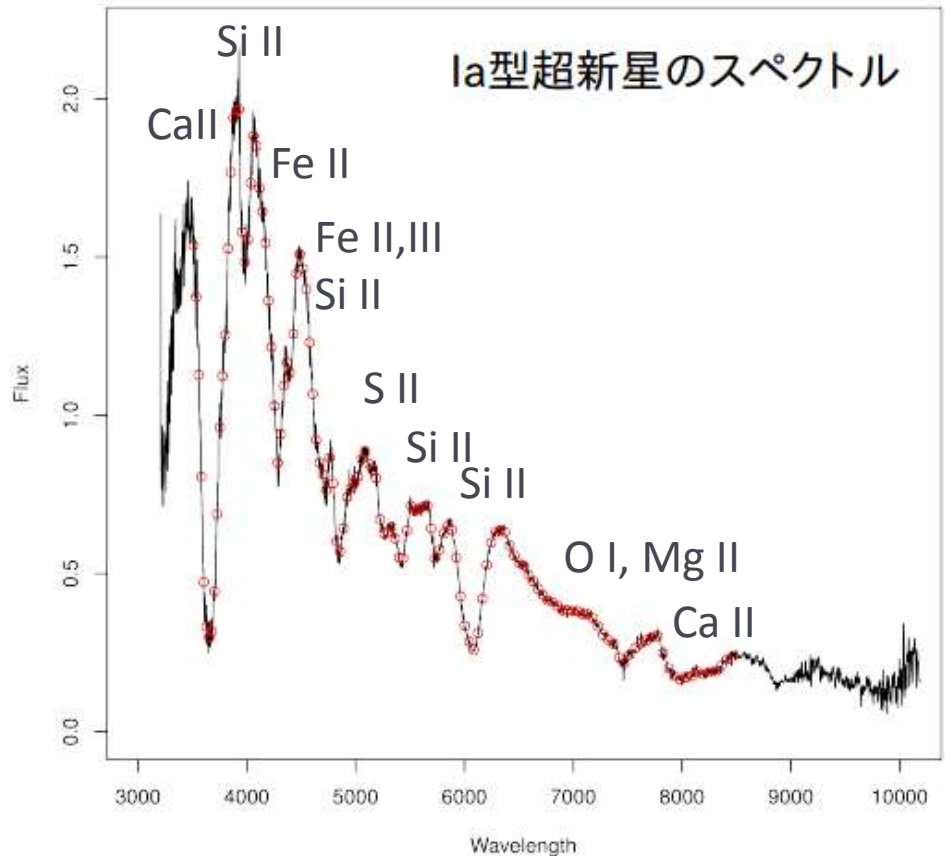
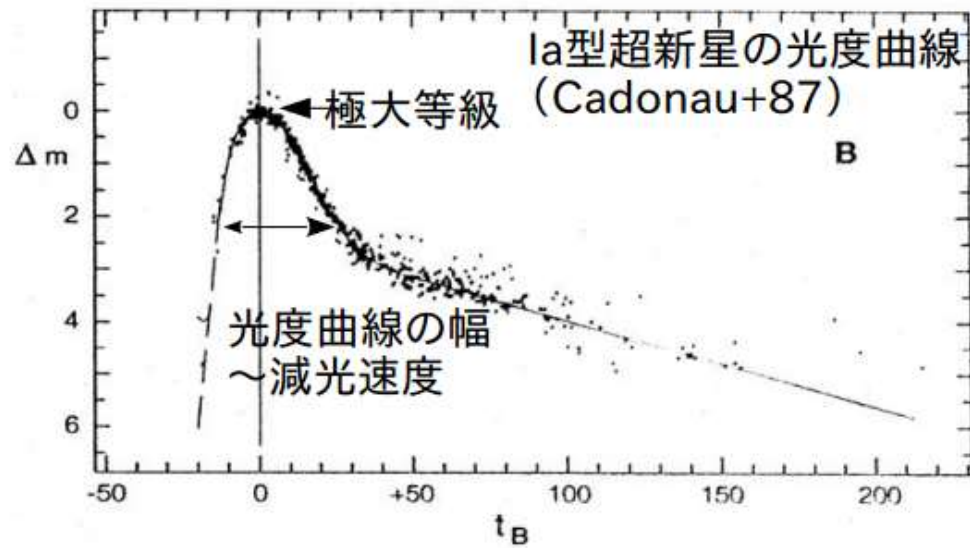


Ia型超新星の極大等級

- 色 (= 星間吸収量) と減光速度の関数
 - Phillips 93, Hamuy+96, Prieto+06
- それらを補正することでより正確な距離指標に
- しかし、まだ極大等級ばらつきがある?
- 極大等級の他の説明変数を探す



Prieto+06



絶対等級を説明するパラメータは何か？

減光速度と色を考慮しても、まだ有意にバラついている

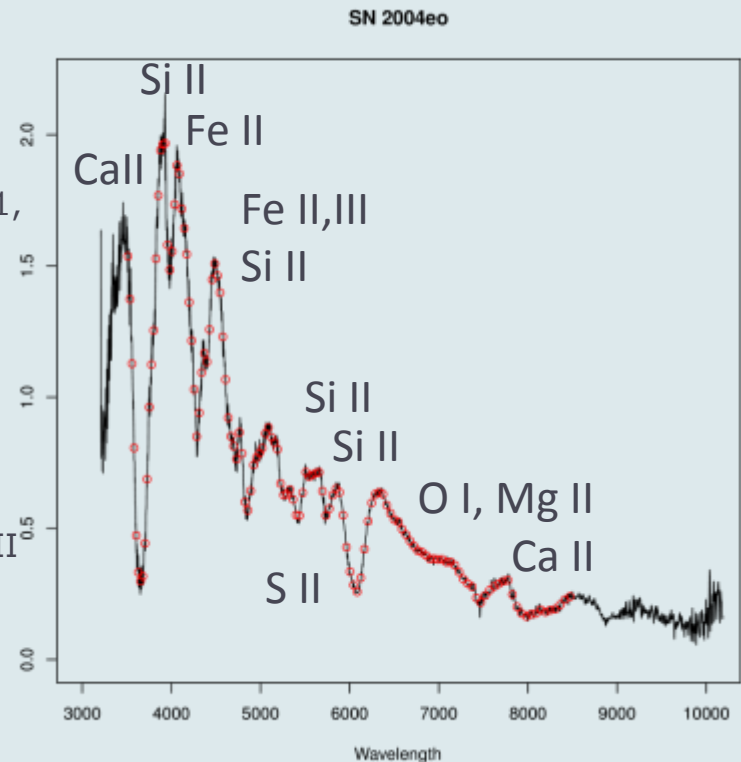
→他にも絶対等級を左右する要因があるのでは？

以下、Silverman+12 (BSNIP III) のレビューより。

$$M_B = x_1(\text{color}) + x_2(\text{decline rate}) + x_3(\text{???)}$$

- Si II 6355 の速度 (Blondin+11)
- Ca II H&K の速度 (Foley&Kasen 11)
- S II “W” の青側の深さ (Blondin+11)
- Si II 4000 の等価幅(EW) (Arsenijevic+08, Walker+11, Chotard+11, Nordin+11, Walker+11)
- Si II 5972, 6355の等価幅 (Hachinger+06, Nordin+11)
- Si II EW ratio $EW(5972)/EW(6355)$, Ca II H&K flux ratio (Fr/Fb) (Nugent+95, Hachinger+06)
- SiS flux ratio $Fr(\text{S II “W”})/Fr(\text{Si II 6355})$ (Bongard+06)
- SSi EW ratio $EW(\text{S II “W”})/EW(\text{Si II 5972})$, SiFe EW ratio $EW(\text{Si II 5972})/EW(\text{Fe II})$ (Hachinger+06)

- 任意のflux ratioから絶対等級と相関の高いものを探す



Bailey+09

- データ：Nearby Supernova Factory、58天体、Hawaii 2.2-m、 $0.02 < z < 0.09$
- 手法：モデルと観測との残差の小さいものを選ぶ
- 結論：F(642nm)/F(443nm)があれば、色もlight curveからの情報も要らない

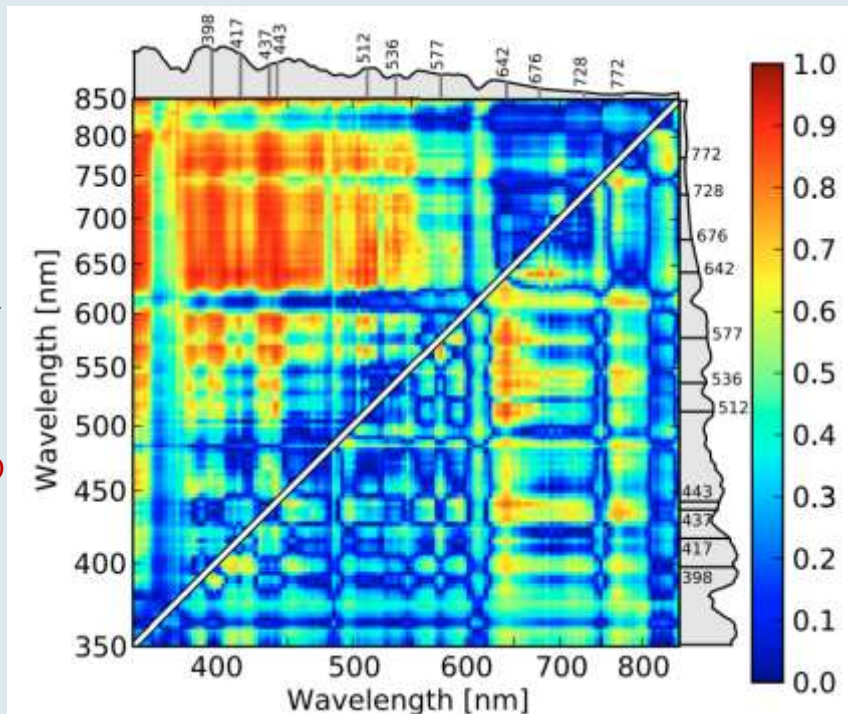


Table 1. Correlations of flux ratios \mathcal{R} with SN Ia absolute magnitudes and standard deviations of Hubble diagram fits.

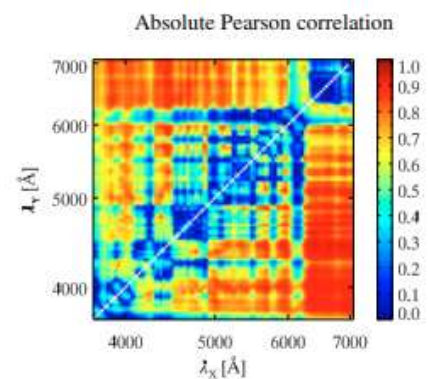
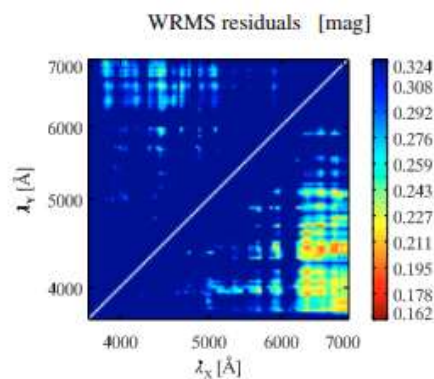
Correction parameter(s)	Correlation with absolute magnitude			γ	Hubble diagram residual scatter			σ_{core}
	Training	Validation	Combined		Training	Validation	Combined	
$\mathcal{R}_{642/443}$	0.94	0.96	0.95	3.5 ± 0.2	0.130 ± 0.018	0.134 ± 0.018	0.128 ± 0.012	0.108
$\mathcal{R}_{642/417}$	0.95	0.91	0.91	4.9 ± 0.2	0.114 ± 0.016	0.185 ± 0.025	0.166 ± 0.016	0.162
$\mathcal{R}_{772/437}$	0.92	0.94	0.93	7.3 ± 0.3	0.142 ± 0.020	0.160 ± 0.021	0.152 ± 0.014	0.125
$\mathcal{R}_{642/512}$	0.90	0.95	0.93	4.7 ± 0.3	0.162 ± 0.022	0.146 ± 0.020	0.154 ± 0.015	0.152
$\mathcal{R}_{728/398}$	0.90	0.93	0.91	7.9 ± 0.3	0.162 ± 0.022	0.168 ± 0.022	0.172 ± 0.016	0.138
$c, \mathcal{R}_{642/519}^c$	0.96	0.96	0.96	3.5 ± 0.3	0.106 ± 0.015	0.129 ± 0.018	0.119 ± 0.011	0.128
$c, \mathcal{R}_{577/642}^c$	0.95	0.95	0.95	-1.4 ± 0.1	0.115 ± 0.016	0.150 ± 0.020	0.135 ± 0.013	0.126
$c, \mathcal{R}_{642/536}^c$	0.95	0.96	0.95	2.3 ± 0.2	0.116 ± 0.016	0.134 ± 0.018	0.125 ± 0.012	0.126
$c, \mathcal{R}_{676/642}^c$	0.94	0.93	0.93	-4.2 ± 0.5	0.131 ± 0.019	0.178 ± 0.024	0.157 ± 0.015	0.163
$c, \mathcal{R}_{642/443}^c$	0.95	0.96	0.96	3.2 ± 0.3	0.121 ± 0.017	0.125 ± 0.017	0.119 ± 0.011	0.104
c, x_1	0.91	0.93	0.92	...	0.154 ± 0.022	0.171 ± 0.023	0.161 ± 0.015	0.156

Notes: γ is a fit parameter in the distance modulus $\mu_B = (m_B - M') + \gamma\mathcal{R}$, and $\sigma_{\text{core}} = 1.4826 \times \text{median}(|\Delta\mu_B - \text{median}(\Delta\mu_B)|)$.

Blondin+11

- データ：CfA Supernova archive、26天体、1.5m Tillinghast telescope at FLWO, $z < 0.05$
- 手法：10-fold cross-validationで予測誤差の小さいモデルを選ぶ
- 結論：Bailey+09の結果を確認。ただし統計的有意性は十分でない。 $R^c(4610/4260)$ が有意にモデルを改善。

\mathcal{R}



(x_1, \mathcal{R}^c)

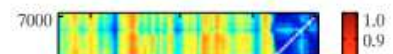
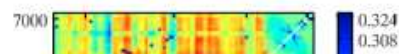
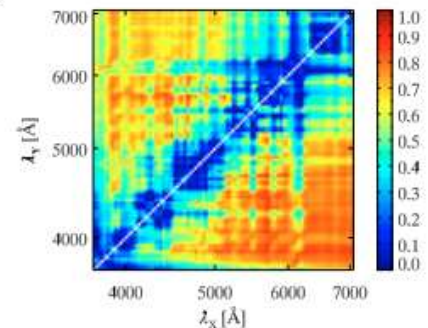
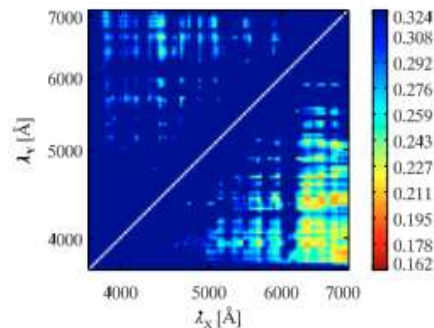


Table 4. Top flux ratio at ages $-2.5 \leq t \leq +7.5$ d from 10-fold CV.

Rank	λ_X	λ_Y	γ	WRMS	σ_{pred}	$\rho_{x_1, c}$	$\Delta_{x_1, c}$	N_{SNIa}
\mathcal{R}								
-2.5	6540	4580	-6.09 ± 0.11	0.182 ± 0.025	0.151 ± 0.031	0.70 ± 0.13	$-0.032 \pm 0.028 (1.1\sigma)$	24
+0.0	6630	4400	-4.37 ± 0.09	0.189 ± 0.026	0.163 ± 0.030	0.80 ± 0.09	$-0.018 \pm 0.025 (0.7\sigma)$	26
+2.5	6630	4040	-3.51 ± 0.09	0.203 ± 0.027	0.171 ± 0.033	0.63 ± 0.13	$-0.012 \pm 0.033 (0.4\sigma)$	26
+5.0	6590	4490	-4.69 ± 0.12	0.225 ± 0.031	0.203 ± 0.034	0.36 ± 0.20	$0.022 \pm 0.041 (0.5\sigma)$	26
+7.5	6590	4890	-3.40 ± 0.20	0.251 ± 0.035	0.229 ± 0.039	0.47 ± 0.18	$0.044 \pm 0.043 (1.0\sigma)$	25
(c, \mathcal{R}^c)								
-2.5	4610	4260	2.19 ± 0.14	0.143 ± 0.020	0.106 ± 0.028	0.43 ± 0.23	$-0.081 \pm 0.037 (2.2\sigma)$	24
+0.0	6420	5290	-1.75 ± 0.10	0.175 ± 0.025	0.148 ± 0.029	0.80 ± 0.09	$-0.032 \pm 0.023 (1.4\sigma)$	26
+2.5	5550	6630	1.09 ± 0.08	0.169 ± 0.022	0.133 ± 0.030	0.79 ± 0.09	$-0.049 \pm 0.027 (1.8\sigma)$	26
+5.0	6540	5580	-5.18 ± 0.48	0.194 ± 0.026	0.166 ± 0.031	0.57 ± 0.16	$-0.014 \pm 0.034 (0.4\sigma)$	26
+7.5	6460	5510	-1.85 ± 0.13	0.200 ± 0.028	0.173 ± 0.033	0.79 ± 0.09	$-0.007 \pm 0.027 (0.3\sigma)$	25

Silverman+12

- データ：Berkeley Supernova Ia Program, 108天体、Shane 3-m telescope at Lick Observatory、 $0.01 < z < 0.1$
- 手法：10-fold cross-validationで予測誤差の小さいものを選ぶ
- 結論：前2例を否定。Color + decline rate + $R^c(3750/4550)$ がベストなモデル

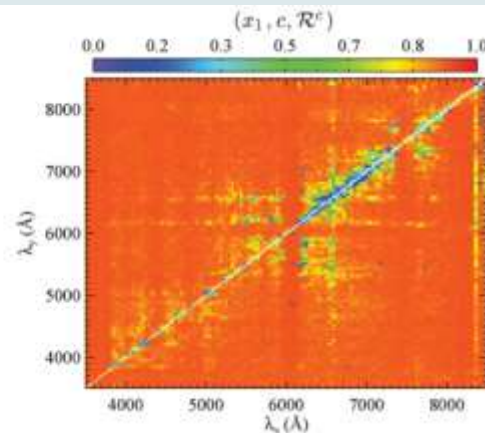
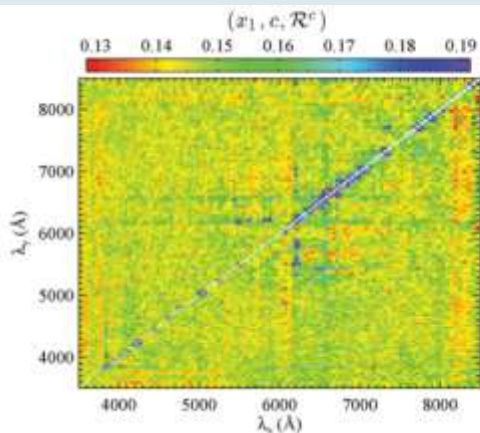


Table 1. Top 10 flux ratios for each model.

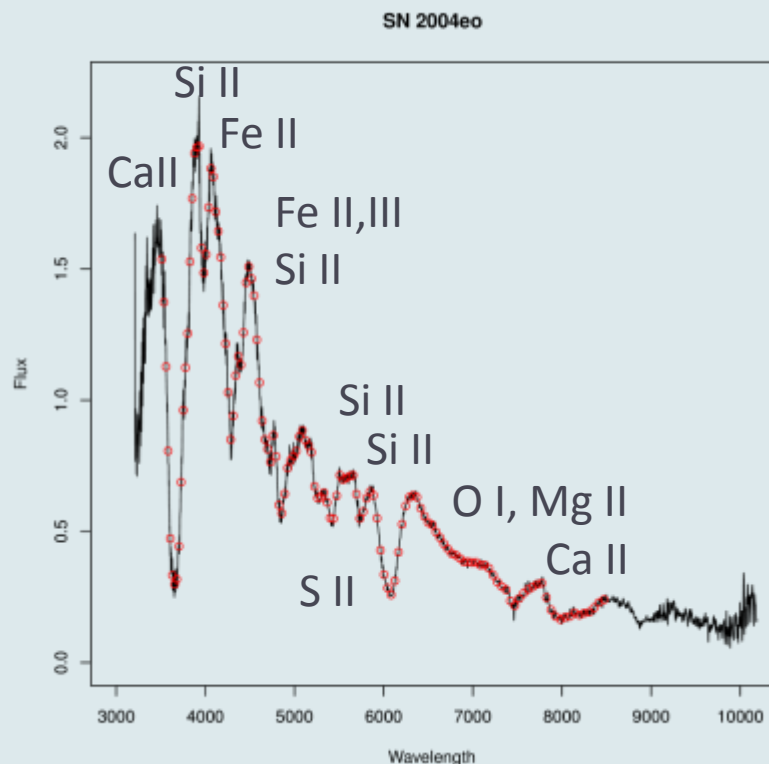
Rank	λ_y	λ_x	WRMS (mag)	σ_{pred} (mag)	$\rho_{x_1, c}$	$\Delta_{x_1, c}$
\mathcal{R}						
1	7770	3750	0.218 ± 0.027	0.179 ± 0.023	-0.11	$0.095 \pm 0.030(3.2\sigma)$
2	7670	3750	0.223 ± 0.028	0.189 ± 0.023	0.09	$0.104 \pm 0.030(3.5\sigma)$
3	7720	3750	0.223 ± 0.027	0.188 ± 0.023	-0.05	$0.103 \pm 0.030(3.4\sigma)$
4	7930	3750	0.226 ± 0.030	0.187 ± 0.023	-0.10	$0.104 \pm 0.031(3.4\sigma)$
5	6990	3750	0.227 ± 0.030	0.193 ± 0.023	-0.17	$0.111 \pm 0.031(3.6\sigma)$
6	7880	3750	0.227 ± 0.027	0.190 ± 0.023	-0.06	$0.106 \pm 0.030(3.5\sigma)$
7	7670	3780	0.230 ± 0.030	0.199 ± 0.024	0.08	$0.114 \pm 0.030(3.8\sigma)$
8	6990	3780	0.231 ± 0.029	0.202 ± 0.023	-0.21	$0.121 \pm 0.031(3.9\sigma)$
9	6900	3750	0.233 ± 0.029	0.198 ± 0.024	-0.18	$0.116 \pm 0.031(3.7\sigma)$
10	7040	3780	0.234 ± 0.029	0.208 ± 0.023	-0.15	$0.127 \pm 0.031(4.1\sigma)$
(x_1, \mathcal{R})						
1	6990	3750	0.199 ± 0.022	0.160 ± 0.022	-0.19	$0.080 \pm 0.031(2.6\sigma)$
2	7770	3750	0.200 ± 0.024	0.160 ± 0.022	-0.09	$0.077 \pm 0.030(2.6\sigma)$
3	6720	3750	0.203 ± 0.024	0.166 ± 0.022	-0.28	$0.088 \pm 0.031(2.8\sigma)$
4	6900	3750	0.204 ± 0.024	0.164 ± 0.022	-0.18	$0.083 \pm 0.031(2.7\sigma)$
5	6760	3750	0.206 ± 0.027	0.165 ± 0.022	-0.22	$0.085 \pm 0.031(2.8\sigma)$
6	6950	3750	0.206 ± 0.024	0.166 ± 0.023	-0.19	$0.085 \pm 0.031(2.7\sigma)$
7	6850	3750	0.206 ± 0.024	0.166 ± 0.022	-0.22	$0.085 \pm 0.031(2.8\sigma)$
8	7930	3750	0.209 ± 0.027	0.167 ± 0.022	-0.12	$0.085 \pm 0.030(2.8\sigma)$
9	6590	3750	0.209 ± 0.028	0.166 ± 0.023	-0.23	$0.092 \pm 0.032(2.9\sigma)$
10	6990	3780	0.209 ± 0.027	0.177 ± 0.022	-0.19	$0.097 \pm 0.030(3.2\sigma)$
(c, \mathcal{R}^c)						
1	5580	6330	0.146 ± 0.021	0.083 ± 0.022	0.43	$-0.004 \pm 0.018(0.2\sigma)$
2	3980	4140	0.147 ± 0.017	0.076 ± 0.025	0.56	$-0.002 \pm 0.017(0.1\sigma)$
3	6330	5580	0.149 ± 0.021	0.086 ± 0.022	0.46	$0.002 \pm 0.018(0.1\sigma)$
4	5730	6370	0.149 ± 0.019	0.087 ± 0.022	0.41	$0.002 \pm 0.019(0.1\sigma)$
5	6370	5580	0.150 ± 0.019	0.094 ± 0.021	0.42	$0.009 \pm 0.018(0.5\sigma)$
6	5580	6290	0.150 ± 0.022	0.076 ± 0.025	0.39	$-0.012 \pm 0.021(0.6\sigma)$
7	5730	6330	0.150 ± 0.019	0.087 ± 0.023	0.43	$-0.000 \pm 0.019(0.0\sigma)$
8	5580	6420	0.151 ± 0.021	0.093 ± 0.021	0.43	$0.003 \pm 0.019(0.2\sigma)$
9	5690	6330	0.151 ± 0.021	0.085 ± 0.022	0.18	$0.009 \pm 0.022(0.4\sigma)$
10	6370	5730	0.151 ± 0.018	0.083 ± 0.024	0.64	$-0.002 \pm 0.019(0.1\sigma)$
(x_1, c, \mathcal{R}^c)						
1	3780	4580	0.130 ± 0.017	0.050 ± 0.029	0.81	$-0.020 \pm 0.012(1.7\sigma)$
2	3610	4890	0.132 ± 0.015	0.056 ± 0.028	0.71	$-0.016 \pm 0.014(1.2\sigma)$
3	5360	6900	0.132 ± 0.017	0.062 ± 0.025	0.84	$-0.014 \pm 0.010(1.4\sigma)$
4	4760	3800	0.132 ± 0.020	0.065 ± 0.025	0.84	$-0.012 \pm 0.010(1.2\sigma)$
5	7980	8140	0.133 ± 0.015	0.062 ± 0.025	0.69	$-0.021 \pm 0.015(1.4\sigma)$
6	7720	8200	0.133 ± 0.015	0.061 ± 0.026	0.94	$-0.013 \pm 0.008(1.6\sigma)$
7	6080	6210	0.133 ± 0.020	0.054 ± 0.029	0.79	$-0.019 \pm 0.013(1.5\sigma)$
8	3610	4170	0.133 ± 0.015	0.064 ± 0.025	0.81	$-0.009 \pm 0.010(0.9\sigma)$
9	4280	3780	0.133 ± 0.015	0.062 ± 0.026	0.80	$-0.011 \pm 0.011(1.0\sigma)$
10	3610	4230	0.133 ± 0.017	0.062 ± 0.024	0.73	$-0.016 \pm 0.013(1.2\sigma)$
(x_1, c)						
-	-	-	0.144 ± 0.019	0.076 ± 0.023	-	-

絶対等級を説明するパラメータは何か？

- Si II 6355 の速度 (Blondin+11)
- Ca II H&K の速度(Foley&Kasen 11)
- S II “W” の青側の深さ (Blondin+11)
- Si II 4000 の等価幅(EW) (Arsenijevic+08, Walker+11, Chotard+11, Nordin+11, Walker+11)
- Si II 5972, 6355の等価幅 (Hachinger+06, Nordin+11)
- Si II EW ratio EW(5972)/EW(6355), Ca II H&K flux ratio (Fr/Fb) (Nugent+95, Hachinger+06)
- SiS flux ratio Fr(S II “W”)/Fr (Si II 6355) (Bongard+06)
- SSi EW ratio EW(S II “W”)/EW(Si II 5972), SiFe EW ratio EW(Si II 5972)/EW(Fe II) (Hachinger+06)

$$M_B = x_1(\text{color}) + x_2(\text{decline rate}) + x_3(???)$$

- 任意のflux ratioから絶対等級と相関の高いものを探す
 - Bailey+09 : 色と光度曲線の情報は要らないよ。F(642nm)/F(443nm)のフラックス比が大事。
 - Blondin+11 : それはそうだけど、フラックス比はR^c(4610/4260)の方がいいよ。
 - Silverman+12 : いやいや、やっぱり色と光度曲線の情報は要るよ。フラックス比もR^c(3750/4550)がベスト。



要はこういう問題

$$\begin{pmatrix} MB_{SN1994S} \\ MB_{SN1995E} \\ \vdots \\ MB_{SN2008s1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x1_{SN1994S} & c_{SN1994S} & EW_{SiII4000,SN1994S} & FWHM_{SiII4000,SN1994S} \\ x1_{SN1995E} & c_{SN1995E} & EW_{SiII4000,SN1995E} & FWHM_{SiII4000,SN1995E} \\ \vdots & & & \\ x1_{SN2008s1} & c_{SN2008s1} & EW_{SiII4000,SN2008s1} & FWHM_{SiII4000,SN2008s1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{x1} \\ c_c \\ c_{EW} \\ c_{FWHM} \\ c_{3535/3512} \\ c_{3558/3512} \\ \vdots \\ c_{8416/8472} \end{pmatrix}$$

- サンプル数は～100。説明変数は任意のフラックス比を考えると> 1万
- 線形モデルで解きたいけど、サンプル数がパラメータの数より小さいので、普通には解けない
- でも、本来必要なパラメータは数個のはず。変数をデータから選択したい。
- **スパースモデリングで解こう！**

- 1次ノルム最小化

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min \|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{x}\|_1$$

- データは Silverman+12と同じデータ

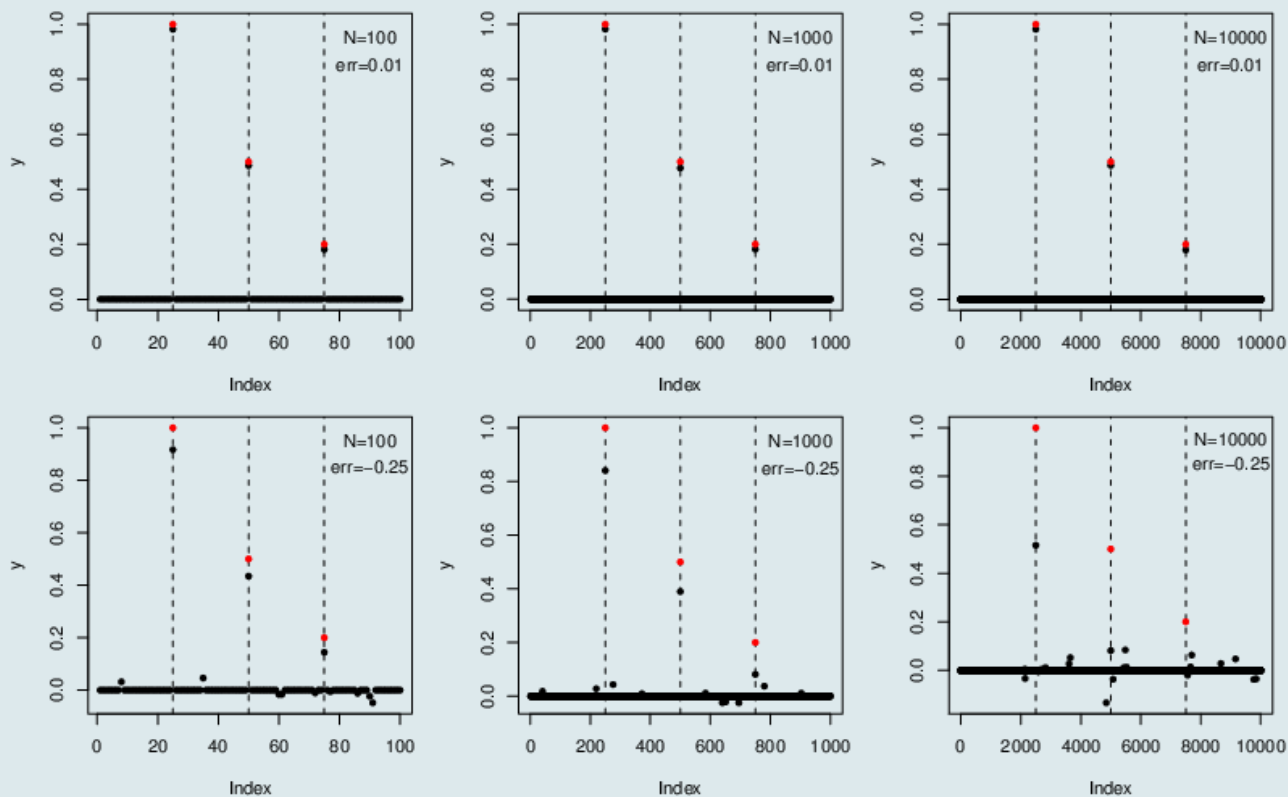
実験

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min \|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{x}\|_1$$

- 誤差が大きい場合、次元が大きい場合、1次ノルム最小化でどこまで正確に推定できるか？
- 上のモデルに対して、Aをランダム行列、yの次元を50にして、xの次元を $10^2, 3, 4$ に変えて、測定誤差が小さい場合と大きい場合とで推定結果を比較する
- 結果：誤差が小さいと次元が大きくても正しく推定される。が、**誤差が大きい場合、次元が上がると真の信号を過小評価し、ノイズに埋もれる**

赤：仮定した値

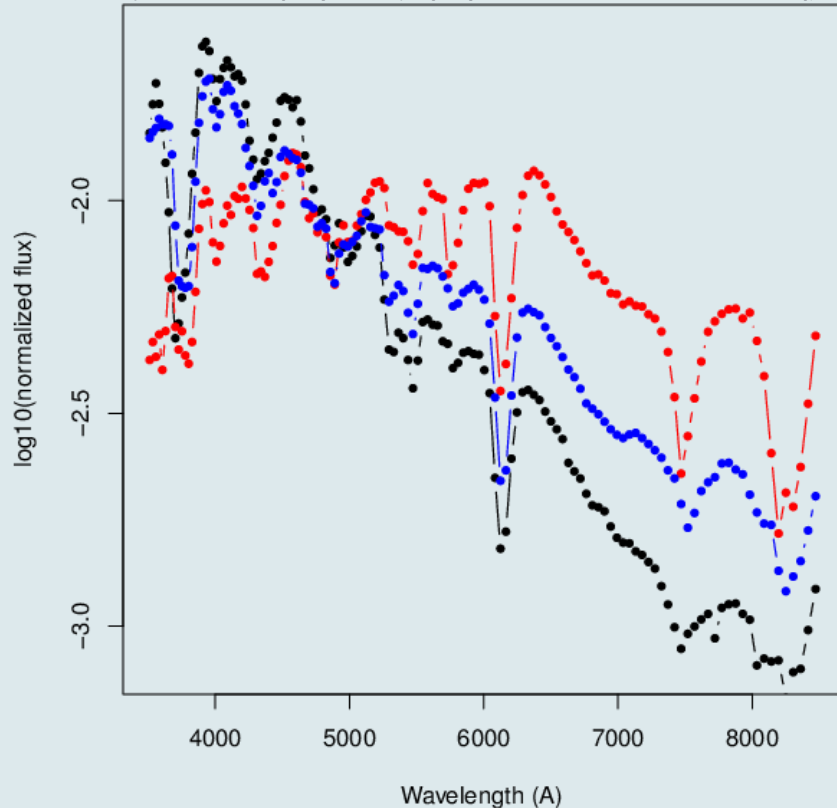
黒：推定値



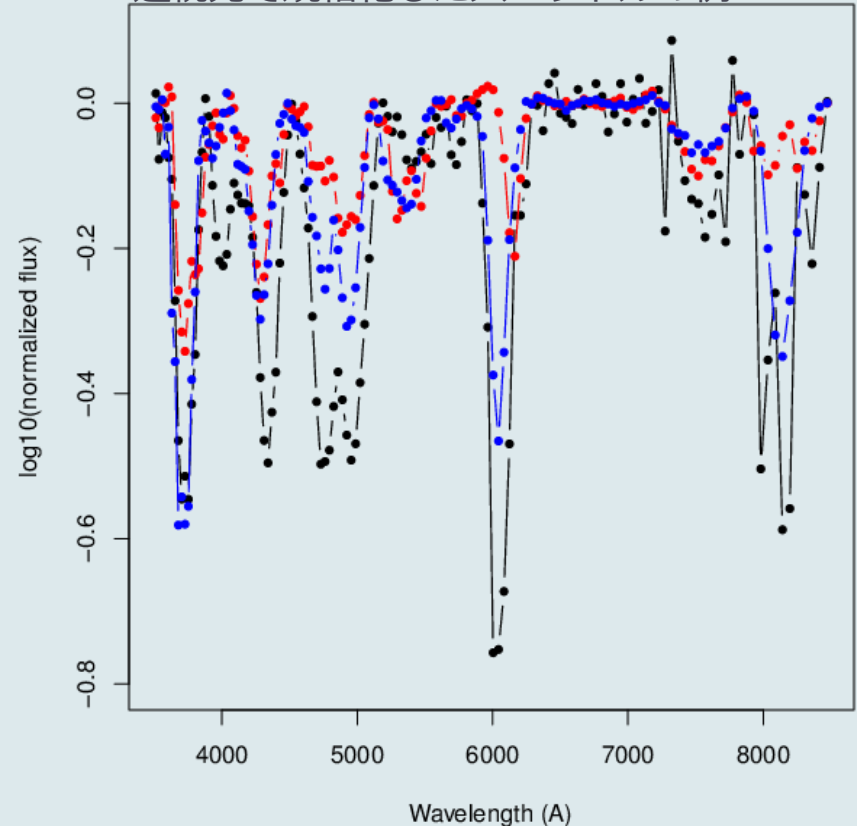
次元削減：規格化したスペクトルを使う

- スペクトルを総和の値で規格化
- 3500~8500Åの134点のフラックスの総和が1になるよう規格化
- 基準をフラックスの総和にする --> **フラックスの値自身に「色」の情報** (1 3 4 点)
- スペクトルを連続光で規格化
- 基準を連続光 --> **吸収線の情報** (1 3 4 点)

フラックスの総和で規格化したスペクトルの例



連続光で規格化したスペクトルの例



新しいモデル

- サンプルは Silverman+12 と同じ (76天体)
- 説明変数
 - 総和で規格化したフラックス 1 3 4 点
 - 連続光で規格化したフラックス 1 3 4 点
 - 先行研究で報告されているフラックス比 (6630/4400, 6420/4430, 3780/4580, 5690/5360) 4 点
 - 色 + 減光速度 (+ 吸収線の情報) = 合計 134+134+4+2(+ α) = **274個の変数**
 - **任意のフラックス比 ~ 18,000個から大きく次元を削減**

$$M = a_1 c + a_2 x_1 + b_1 f'_1 + \cdots + b_{134} f'_{134} + c_1 f^\dagger_1 + \cdots + c_{134} f^\dagger_{134} + d_1 FR_1 + \cdots + d_4 FR_4$$

↑
色

↑
減光速度

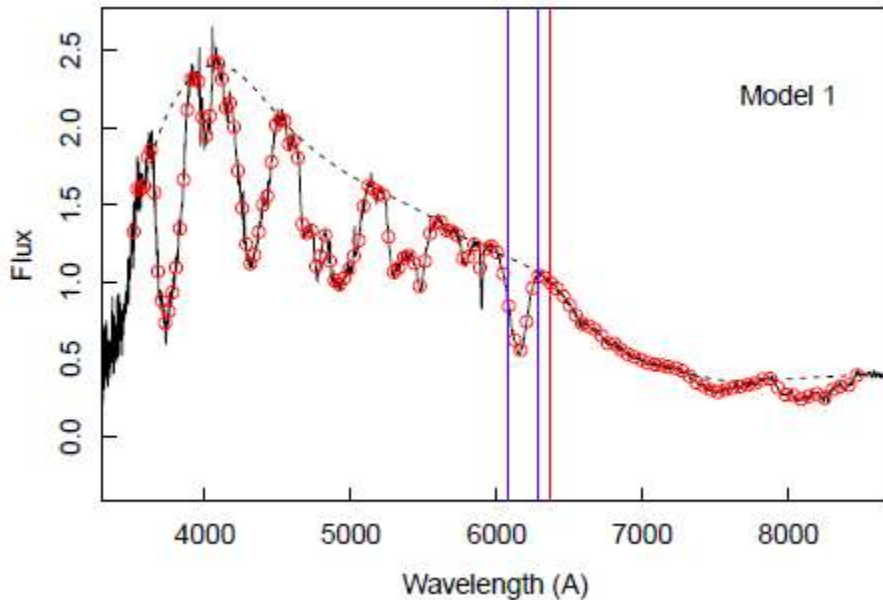
総和で規格化したフラックス

連続光で規格化したフラックス

先行研究のフラックス比

結果

Model	Target variable y (N)	Explanatory variables A (M)	Non-zero elements [coefficients] [x]
1	M_B (78)	$x_1, c, f_{\text{tot}}, f_{\text{cnt}}, \mathcal{R}$ (276)	$c[0.253]$, $f_{\text{tot}}(6373)[0.086]$, $x_1[-0.017]$, $f_{\text{cnt}}(6084)[-0.013]$, $f_{\text{cnt}}(6289)[-0.008]$, $\mathcal{R}(3780/4580)[-0.006]$



- 古典的な色(c)、減光速度(x_1)の他に6373 Åの連続光フラックス、Si II 6355のフラックスが出る
 - 6373 Åの連続光は色(c)と独立した情報を持ってるか？
- 色(c)でまず回帰して残差を解析する

結果 (色補正後)

Model	Target variable y (N)	Explanatory variables A (M)	Non-zero elements [coefficients] [x]
1	M_B (78)	$x_1, c, f_{\text{tot}}, f_{\text{cnt}}, \mathcal{R}$ (276)	c [0.253], f_{tot} (6373)[0.086], x_1 [-0.017], f_{cnt} (6084)[-0.013], f_{cnt} (6289)[-0.008], \mathcal{R} (3780/4580)[-0.006]
2	$M_B - \alpha_1 c$ (78)	$x_1, f_{\text{tot}}, f_{\text{cnt}}, \mathcal{R}$ (275)	x_1 [-0.020]
3	$M_B - \alpha_1 c$ (78)	$x_1, f_{\text{tot}}^c, f_{\text{cnt}}, \mathcal{R}^c$ (275)	x_1 [-0.014]

- 6373 Å の連続光が消えた
→ 色(c)以上にモデルは改善しない
- 同様に、Si II 6355 は減光速度(x_1)と相関するため、出たことが確認できた。
→ 絶対等級(M_B)を c, x_1 で回帰して残差を解析

最終結果

Model	Target variable y (N)	Explanatory variables A (M)	Non-zero elements [coefficients] $[x]$
1	M_B (78)	$x_1, c, f_{\text{tot}}, f_{\text{cnt}}, \mathcal{R}$ (276)	$c[0.253], f_{\text{tot}}(6373)[0.086], x_1[-0.017], f_{\text{cnt}}(6084)[-0.013], f_{\text{cnt}}(6289)[-0.008], \mathcal{R}(3780/4580)[-0.006]$
2	$M_B - \alpha_1 c$ (78)	$x_1, f_{\text{tot}}, f_{\text{cnt}}, \mathcal{R}$ (275)	$x_1[-0.020]$
3	$M_B - \alpha_1 c$ (78)	$x_1, f_{\text{tot}}^c, f_{\text{cnt}}, \mathcal{R}^c$ (275)	$x_1[-0.014]$
4a	x_1 (76)	$c, f_{\text{tot}}^c, f_{\text{cnt}}, \mathcal{R}^c, \mathcal{L}_{\text{SiII}4000}$ (280)	$\text{DpEW}_{\text{SiII}4000}[-0.188], f_{\text{cnt}}(4227)[-0.111], f_{\text{cnt}}(7470)[0.087], a_{\text{SiII}4000}[-0.087], f_{\text{cnt}}(7038)[-0.026], f_{\text{cnt}}(5770)[0.007], f_{\text{tot}}(4988)[-0.001]$
4b	x_1 (74)	$c, f_{\text{tot}}^c, f_{\text{cnt}}, \mathcal{R}^c, \mathcal{L}_{\text{SiII}^{\text{W}}}$ (280)	$f_{\text{tot}}(6501)[-0.091], f_{\text{cnt}}(5770)[0.085], f_{\text{cnt}}(4009)[0.072], f_{\text{cnt}}(7227)[0.032], f_{\text{tot}}(6544)[-0.020], f_{\text{cnt}}(7372)[-0.002]$
5	$M_B - (\alpha_1 c + \alpha_2 x_1)$ (78)	$f_{\text{tot}}^c, f_{\text{cnt}}, \mathcal{R}^c$ (273)	—

• 何も出ない

→ 極大等級の説明変数として古典的なパラメータ「色(c)」「減光速度(x1)」の他にモデルを改善する別のパラメータは（このデータサンプルには）不要

まとめ

- Ia型超新星の極大等級の説明変数として様々な測定量が提案されてきた
- サンプル数よりも説明変数の方が多い場合でも使える方法（=LASSO型の推定方法）を提案
- Silverman+12のデータを使うと、古典的なパラメータ「色(c)」 「減光速度(x1)」の他にモデルを改善する別のパラメータは（このデータサンプルには）不要

バックアップ

