線形代数演習 I 小テスト

担当：若木 宏文

平成 29 年 7 月 26 日実施

学籍番号　　　　　　　　　　　　氏名

問題 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ とする. 第 2 行で展開して, 行列式を計算せよ。

線形代数演習 I

担当：若木 宏文

平成 29 年 7 月 26 日配布

65. a を複素数とし, 次の行列のの階数を $f(a)$ と表す．このとき, $f(a)$ の最大値と最小値を求めよ．また, $f(a)$ が最小値をとるときの a の値を求めよ．

(1) $\begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & a & -2 \\ 2 & -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & a & -2 \\ a & 2 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$

66. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 7 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & 2 \\ -1 & -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ とし, B を 4×4 行列とする．

(1) $AB = O$ であるような行列 B の階数の最大値を求めよ．

(2) 行列 AB の階数の最大値を求めよ．

67. ${}^t HH = E_n$ となるような n 次正方行列 H を n 次直交行列と呼ぶ．H の行列式は 1 または -1 であることを示せ．

68. A を n 次実正則行列とする．A^2 の行列式は 正であることを示せ．

69. $m+n$ 次正方行列 X を $X = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ と分割する．ただし, A は m 次正方行列である．また, A, D は正則であるとする．

(1) $Y = \begin{pmatrix} E_m & F \\ O & E_n \end{pmatrix}$ とするとき $XY = \begin{pmatrix} G & O \\ H & I \end{pmatrix}$ となるような行列 F を, A, B, C, D を用いて表わせ．ただし, G は m 次正方行列, I は n 次正方行列である．

(2) (1) を利用して, $\det(X) = \det(A)\det(D - CA^{-1}B)$ であることを示せ．