線形代数演習 II 小テスト

担当：若木 宏文

平成 30 年 1 月 18 日実施

学籍番号　　　　　　　　　　　氏名

問題 $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -4 & -1 \end{pmatrix}$ とする．$P^{-1}AP$ が上三角行列となるような正則行列をひとつ求めよ．

線形代数演習 II

担当：若木 宏文

平成 30 年 1 月 18 日配布

54. 次の行列 A に対して, $P^{-1}AP$ が上三角行列となるような正則行列 P をひとつ求めよ.

(1) $A=\begin{pmatrix}-3&4&3\\-4&9&8\\4&-8&-7\end{pmatrix}$　　(2) $A=\begin{pmatrix}2&1&-1\\1&-1&3\\1&-3&5\end{pmatrix}$

55. 次の行列 A の固有多項式を求め, ケイリー・ハミルトンの定理を利用して A^3 を計算せよ.

(1) $A=\begin{pmatrix}2&0&1\\1&-1&1\\0&1&-1\end{pmatrix}$　　(2) $A=\begin{pmatrix}2&-1&4\\2&-1&5\\1&0&-1\end{pmatrix}$

56. n を自然数とする. 次の行列 A について A^n の各成分を n を用いて表わせ.

(1) $A=\begin{pmatrix}6&2\\2&9\end{pmatrix}$　　(2) $A=\begin{pmatrix}3&1\\1&3\end{pmatrix}$　　(3) $A=\begin{pmatrix}-7&6\\6&2\end{pmatrix}$

57. 数列 $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ は,

$$a_1=1, a_2=-1, a_{n+2}=4a_{n+1}-3a_n\ (n=1,2,\ldots)$$

を満たしている. 漸化式を 2×2 行列 A を用いて $\begin{pmatrix}a_{n+1}\\a_{n+2}\end{pmatrix}=A\begin{pmatrix}a_n\\a_{n+1}\end{pmatrix}$ と表し, A の対角化を利用して a_n の一般項を求めよ.

58. 数列 $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ は,

$$a_1=1, a_2=0, a_3=1, a_{n+3}=2a_{n+2}+a_{n+1}-2a_n\ (n=1,2,\ldots)$$

を満たしている. 漸化式を 3×3 行列 A を用いて $\begin{pmatrix}a_{n+1}\\a_{n+2}\\a_{n+3}\end{pmatrix}=A\begin{pmatrix}a_n\\a_{n+1}\\a_{n+2}\end{pmatrix}$ と表し, A の対角化を利用して a_n の一般項を求めよ.

59. 自然数 n に対して, xy 平面上の点 P_n の座標を (x_n,y_n) とする. $A=\dfrac{1}{6}\begin{pmatrix}1&-2\\3&6\end{pmatrix}$ によって P_n の座標 (x_n,y_n) を

$$(x_1,y_1)=(1,0),\quad \begin{pmatrix}x_n\\y_n\end{pmatrix}=A\begin{pmatrix}x_{n-1}\\y_{n-1}\end{pmatrix}\ (n=2,3,\ldots)$$

と順次定めるとき, $\lim_{n\to\infty}x_n, \lim_{n\to\infty}y_n$ は収束することを示せ.