確率・統計 A 中間試験追試

平成１５年７月２２日

問題 1.

(1) $\mathcal{B}$ が標本空間 Ω 上の σ-集合体であることの定義を書け.

(2) $(\Omega, \mathcal{B}, \mathrm{P})$ を確率空間とする．Ω 上の実数値関数 $X : \Omega \to \boldsymbol{R}^1$ が確率変数であることの定義を書け.

問題 2.　トランプのカードから，ハートの２，４，６とスペードの３，５の，全部で５枚のカードを袋に入れてある．袋からランダムにカードを１枚取りだし，カードの種類（ハートかスペードか）と数字を記録して袋に戻すという試行を２回繰り返す．次の３つの事象 A, B, C について以下の問いに答えよ.

A ：１回目に取りだしたカードの数字が２回目に取りだした数字より大きいという事象

B ：１回目に取りだしたカードの種類と２回目に取りだしたカードの種類が違うという事象

C ：１回目に取りだしたカードの数字を X，２回目に取りだしたカードの数字を Y とするとき，$X - Y = 1$ であるという事象

(1) 事象 B が与えられたときの，事象 A の条件付き確率 $\mathrm{P}(A|B)$ を求めよ.

(2) A, B は独立か．理由をつけて答えよ.

(3) A, C は独立か．理由をつけて答えよ.

問題 3.　サイコロを投げて，出た目を X とする．次に銅貨を投げ，表が出たときは，X を 4 で割った余りを Y, 裏が出たときは，X を 3 で割った余りを Y とする．Y の分布関数を求め，そのグラフを描け.

問題 4.　X を $(\Omega, \mathcal{B}, \mathrm{P})$ 上の実数値関数で，任意の実数 a, b　$(-\infty < a < b < \infty)$ に対して $\{\omega \in \Omega : X(\omega) \in [a, b]\} \in \mathcal{B}$ を満たすものとする.

(1) $(a, b] = \bigcup_{n=1}^{\infty} [a + \frac{1}{n}, b]$ であることを示せ.

(2) X は $(\Omega, \mathcal{B}, \mathrm{P})$ 上の確率変数であることを示せ.