

確率・統計 A 中間試験問題

平成 15 年 5 月 27 日

問題 1.

- (1) \mathcal{B} が標本空間 Ω の σ -集合体であることの定義を書け.
- (2) (Ω, \mathcal{B}) を可測空間とする. σ -集合体の定義のみを用いて次を証明せよ.

$$A_1, A_2, \dots \in \mathcal{B} \Rightarrow \bigcap_{i=1}^{\infty} A_i \in \mathcal{B}$$

問題 2. (Ω, \mathcal{B}, P) を確率空間とする. 確率の定義のみを用いて次を示せ.

$$\begin{aligned} A, B, C \in \mathcal{B}, B \cap C = \emptyset \\ \Rightarrow P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) \end{aligned}$$

問題 3. (Ω, \mathcal{B}, P) を確率空間とし, $A, B \in \mathcal{B}, P(B) > 0$ とする.

- (1) B が与えられたときの A の条件付き確率 $P(A|B)$ の定義を書け.
- (2) \mathcal{B} 上の実数値関数 P_B を

$$P_B(E) = P(E|B) \quad (E \in \mathcal{B})$$

と定義するとき, 次を示せ.

$$E \in \mathcal{B} \Rightarrow P_B(E^c) = 1 - P_B(E)$$

問題 4. コインを 3 回投げる試行を考える. ただし, 表が出る確率を p ($0 < p < 1$) とする. また, 事象 A, B, C 次のように定めるとき, 事象 A, B, C は独立であるものとする.

- A : 1 回目に表が出る
- B : 2 回目に表が出る
- C : 3 回目に表が出る

- (1) 1 回目に裏がでるといふ事象を D , 2 回目または 3 回目に裏が出るという事象を E とするとき, D, E は独立か. 理由をつけて答えよ.
- (2) 3 回の試行の内 2 回表が出るという事象を F と表す (2 回目に表という意味ではない.) このとき, F が与えられたときの A の条件付き確率を p で表せ.
- (3) A と F が独立になるような p の値は存在するか. 存在するならば, その値を求めよ.

問題 5. サイコロを投げて, 出た目を X とする. 次に銅貨を投げ, 表が出たときは, X を 4 で割った余りを Y , 裏が出たときは, X を 3 で割った余りを Y とする.

- (1) $Y = 2$ となる確率を求めよ.
- (2) $Y = 2$ という事象が与えられたときに, 銅貨が表であったという条件付き確率を求めよ.