

演習問題 2

13.12.4

問 1. 母集団分布とは何か。「無作為抽出」, 「非復元抽出」という言葉を使って説明せよ.

問 2. 次の表は, ある小学校の 6 年生男子全員の身長 (cm) を度数分布表にまとめたものである.

階級	120 以下	120~130	130~140	140~150	150~
人数	2	25	43	29	1

この小学校の 6 年生男子全員を母集団として標本抽出し, 身長 X を測定する. X の母集団分布関数を $F(x)$ とするとき, 以下に答えよ.

(1) $F(130)$ の値はいくらか.

(2) 大きさ n のランダム標本から定義される経験分布関数 (確率変数) を $F_n(x)$ とする. $F_n(140)$ の平均と分散を n を用いて表わせ.

問 3. 正規母集団からの大きさ n の標本 X_1, \dots, X_n に基づく標本平均, 標本分散を \bar{X}_n, S_n^2 とし,

$$T = \frac{\sqrt{n}(\bar{X}_n - \mu)}{S_n}$$

とするとき, T^2 は自由度 $1, n-1$ の F -分布に従うことを示せ.

問 4. λ を正の実数とする. 確率密度関数が

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

で与えられる分布を指数分布といい, $Ex(\lambda)$ で表す.

X_1, \dots, X_n を母集団分布が $Ex(1)$ であるような母集団からのランダム標本とし, その順序統計量を小さい順に $X_{(1)}^{(n)}, X_{(2)}^{(n)}, \dots, X_{(n)}^{(n)}$ と表わす.

(1) $Y = X_1 + X_2$ の確率密度関数と特性関数を求めよ.

(2) $n = 3$ のとき, $X_{(2)}^{(3)}$ の確率密度関数を求めよ.

(3) $X_{(1)}^{(n)} \sim Ex(n)$ であることを示せ.

(4) $n \rightarrow \infty$ のとき $X_{(1)}^{(n)}$ は 0 に確率収束することを示せ.