

確率・統計 B 復習

1. 確率変数と分布の収束

- (1) 確率収束の定義を書け
- (2) 分布収束の定義を書け
- (3) 概収束の定義を書け
- (4) 次の命題のうち, 正しいものを選び, その証明を確認せよ. また, 正しくないものについて, 反例を考えよ.
 - (a) $X_n \xrightarrow{p} X \Rightarrow X_n \xrightarrow{d} X$
 - (b) $X_n \xrightarrow{p} X \Rightarrow X_n \xrightarrow{a.s.} X$
 - (c) $X_n \xrightarrow{d} X \Rightarrow X_n \xrightarrow{p} X$
 - (d) $X_n \xrightarrow{d} X \Rightarrow X_n \xrightarrow{a.s.} X$
 - (e) $X_n \xrightarrow{a.s.} X \Rightarrow X_n \xrightarrow{p} X$
 - (f) $X_n \xrightarrow{a.s.} X \Rightarrow X_n \xrightarrow{d} X$
- (5) 大数の (弱) 法則を示し, 証明を確認せよ.
- (6) 中心極限定理を示し, 証明を確認せよ.

2. 標本分布

- (1) 母集団分布とは何か, 説明せよ.
- (2) 経験分布関数の定義を書け.
- (3) 経験分布が母集団分布の近似値となることの原因を述べよ.
- (4) 標本平均, 標本分散の性質を述べよ.
- (5) ランダム標本 X_1, \dots, X_n から得られる第 i 順序統計量の分布関数を, 母集団分布関数を用いて書け. また, 母集団分布が連続型のとき, 第 i 順序統計量の確率密度関数を書け.

3. 推定

- (1) 推定量の良さの規準として用いられるものを列挙せよ.
- (2) 一様最小分散不偏推定量とは何か.
- (3) 有効推定量の定義を述べよ.
- (4) 完備十分統計量の定義を書き, 不偏推定量の導出での利用方法を述べよ.
- (5) 正規母集団 $N(\mu, \sigma^2)$ からランダム標本が得られるとする. μ の有効推定量は存在するが, σ^2 の有効推定量は存在しない. 理由を述べよ.
- (6) 最尤推定量の定義を書け.
- (7) 母平均の信頼区間を, (i) 分散が既知の正規母集団, (ii) 分散が未知の正規母集団, (iii) (母分散が有限値である) 一般の母集団, の 3 つの場合について書け.