確率・統計 B

平成 29 年 11 月 24 日

学籍番号　　　　　　　　　　　氏名

問題 単回帰モデル, $(x_1, y_1), \ldots, (x_n, y_n)$ が与えられているとする.

$Q(\alpha, \beta) = \displaystyle\sum_{i=1}^{n} (y_i - \alpha - \beta x_i)^2$ を最小とする (α, β) を, $Q(\alpha, \beta)$ を微分することで求めよ.

$$\frac{\partial Q(\alpha,\beta)}{\partial\alpha} = -2\sum_{i=1}^{n}(y_i - \alpha - \beta x_i) = 0$$

より

$$\sum_{i=1}^{n} y_i - n\alpha - \beta\sum_{i=1}^{n} x_i = 0$$

$$\alpha = \hat{\alpha} := \frac{1}{n}\Big\{\sum_{i=1}^{n} y_i - \beta\sum_{i=1}^{n} x_i\Big\} = \bar{y} - \beta\bar{x}$$

$$Q(\hat{\alpha},\beta) = \sum_{i=1}^{n}\{(y_i - \bar{y}) - \beta(x_i - \bar{x})\}^2$$

$$\frac{\partial Q(\hat{\alpha},\beta)}{\partial\beta} = -2\sum_{i=1}^{n}\{(y_i - \bar{y}) - \beta(x_i - \bar{x})\}(x_i - \bar{x}) = 0$$

より

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x}) - \beta\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = 0$$

$$\beta = \hat{\beta} := \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$$