

確率・統計 B

平成 30 年 1 月 19 日

学籍番号

氏名

問題 $X \sim B(n, p)$ とする

帰無仮説 $H_0 : p = p_0$, 対立仮説 $H_1 : p = p_1 (> p_0)$

の最強力検定の棄却域は $W_c = \{x; x > c\}$ と表されることを示せ.

$N(n, p)$ の確率密度関数は $f(x; p) = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{n-x}$ なので

$$\begin{aligned} x \in \mathcal{W}_c &\Leftrightarrow \frac{\frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{n-x}}{\frac{n!}{x!(n-x)!} p_0^x (1-p_0)^{n-x}} > c \\ &\Leftrightarrow \left(\frac{\frac{p}{1-p}}{\frac{p_0}{1-p_0}} \right)^x \geq \left(\frac{1-p_0}{1-p} \right)^n c \\ &\Leftrightarrow x \geq \frac{n \log \frac{1-p_0}{1-p} + \log c}{\log \frac{p(1-p_0)}{(1-p)p_0}} \end{aligned}$$