練習問題 4

2019.10.21

1. $X_1, \dots, X_n$ を母集団分布がポアソン分布である母集団からのランダムサンプルであるとする．母平均を λ とする．ただし, 平均 λ のポアソン分布の確率関数は

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\lambda}\dfrac{\lambda^x}{x!} & x = 0, 1, 2, \dots \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$$

で与えられる．

(1) 母分散を λ を用いて表わせ．

(2) 標本平均を $\overline{X}_n$ とする．$n \to \infty$ のとき, $\overline{X}_n$ はある定数 c に確率収束する．c を λ を用いて表わせ．

(3) $\dfrac{\sqrt{n}(\overline{X}_n - c)}{\sqrt{\overline{X}_n}} \xrightarrow{d} N(0, 1)$ $(n \to \infty)$ であることを示せ．

2. $X_1, \dots, X_n$ を母集団分布がパラメータ λ の指数分布である母集団からのランダムサンプルであるとする．ただし, パラメータ λ の指数分布の確率密度関数は

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & x > 0 \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$$

で与えられる．

(1) 母平均と母分散を λ を用いて表わせ．

(2) 標本平均を $\overline{X}_n$ とする．$n \to \infty$ のとき, $\overline{X}_n$ はある定数 c に確率収束する．c を λ を用いて表わせ．

(3) $\dfrac{\sqrt{n}(\overline{X}_n - c)}{\overline{X}_n} \xrightarrow{d} N(0, 1)$ $(n \to \infty)$ であることを示せ．

3. $X_1, \dots, X_n$ を母集団分布が成功確率 p のベルヌーイ分布である母集団からのランダムサンプルであるとする．ただし, $0 < p < 1$ とする．

(1) 母平均と母分散を p を用いて表わせ．

(2) 標本平均を $\overline{X}_n$ とする．$n \to \infty$ のとき, $\overline{X}_n$ はある定数 c に確率収束する．c を p を用いて表わせ．

(3) $\dfrac{\sqrt{n}(\overline{X}_n - c)}{\sqrt{\overline{X}_n(1 - \overline{X}_n)}} \xrightarrow{d} N(0, 1)$ $(n \to \infty)$ であることを示せ．