

練習問題 5

2019.10.23

- X_1, X_2 は独立に $N(0, 1)$ に従う確率変数とし, $Y_1 = X_1 - X_2, Y_2 = a + X_1 + X_2$ とおく. ただし, a は定数である.
 - $\begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{pmatrix}$ の平均ベクトルと, 共分散行列を求めよ.
 - Y_1, Y_2 は独立かどうか判定せよ. (理由も述べること)
- $\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} \sim N_2(\mathbf{0}, \Sigma)$ とする. ただし, $\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} \end{pmatrix}$ である. a を定数として, $Y_1 = X_1 + aX_2, Y_2 = X_2$ とおく.
 - Y_1 と Y_2 の共分散を $\sigma_{11}, \sigma_{12}, \sigma_{22}, a$ を用いて表わせ.
 - Y_1 と Y_2 が独立となるような a の値を求めよ.
- $\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} \sim N_2(\boldsymbol{\mu}, \Sigma)$ とする. X_1, X_2 が独立であるための必要十分条件は Σ が対角行列であることを証明せよ.