

練習問題 6

2019.10.23

1. X_1, X_2, X_3 を互いに独立に, 指数分布 $Ex(1)$ に従う確率変数とし, その順序統計量を $X_{(1)}, X_{(2)}, X_{(3)}$ とする. このとき, $X_{(2)}$ の確率密度関数を求めよ. ただし, $Ex(1)$ の確率密度関数 $f(x)$ は以下で与えられる.

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & (x > 0) \\ 0 & (x \leq 0) \end{cases}$$

2. X_1, \dots, X_n 互いに独立に指数分布 $Ex(1)$ に従う確率変数とし, $X_{(1)}, \dots, X_{(n)}$ をその順序統計量とする.
 - (1) $X_{(2)}$ の分布関数と確率密度関数を求めよ.
 - (2) $X_{(2)} \xrightarrow{P} 0$ ($n \rightarrow \infty$) を示せ.
3. X_1, \dots, X_n 互いに独立に区間 $(0, 1)$ 上の一様分布に従う確率変数とし, $X_{(1)}, \dots, X_{(n)}$ をその順序統計量とする.
 - (1) $X_{(n-2)}$ の分布関数と確率密度関数を求めよ.
 - (2) $X_{(n-2)} \xrightarrow{P} 1$ ($n \rightarrow \infty$) を示せ.