

確率統計特論 C・確率統計特殊講義 レポート問題

A4 の用紙に、番号、氏名、提出日、問題の解答を書いて、

7月7日(水)

までに、数学事務室カウンター横の指定のボックスに提出すること。

問題 1 $X \sim N(\theta, 1)$ とする。棄却域が $w_\alpha = \{x; x - \theta_0 > z_\alpha\}$ で与えられる検定は、

$$\text{帰無仮説 } H_0 : \theta = \theta_0 \quad \text{v.s.} \quad \text{対立仮説 } H_1 : \theta > \theta_0$$

に対する一様最強力検定であることを示せ。

問題 2 $X \sim N(\theta, 1)$ とする。棄却域が $w_\alpha = \{x; |x - \theta_0| > z_{\alpha/2}\}$ で与えられる検定は、

$$\text{帰無仮説 } H_0 : \theta = \theta_0 \quad \text{v.s.} \quad \text{対立仮説 } H_1 : \theta \neq \theta_0$$

に対する一様最強力不偏検定であることを示せ。

問題 3 (1) 有効推定量の定義を書け。

(2) $X_1, X_2, \dots, X_n \stackrel{i.i.d.}{\sim} N(\mu, \sigma^2)$ とする。標本平均：

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

は、母平均 μ の有効推定量であることを示せ。

問題 4 $X_1, X_2, \dots, X_n \stackrel{i.i.d.}{\sim} P_o(\lambda)$ とする。

(1)

$$S = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

は完備十分統計量であることを示せ。

(2) λ の一様最小分散不偏推定量を求めよ。