

平成 28 年 6 月 8 日

A4 の用紙に番号, 氏名, 提出日, 問題の回答を書いて

6 月 22 日 (水)

までに, 数学事務室カウンター前の指定のボックスに提出せよ.

問題 1 (問題 1.1)

$$x - \theta_0 \geq z_\alpha \Rightarrow \text{棄却}$$

は, 検定問題

$$X \sim N(\theta, 1), \quad \text{帰無仮説 } H_0 : \theta = \theta_0, \quad \text{対立仮説 } H_1 : \theta = \theta_1, \quad (\theta_1 < \theta_0)$$

の有意水準 α の検定の中で, 検出力が最小であることを示せ.

問題 2 検定問題

$$X \sim B(n, \theta), \quad \text{帰無仮説 } H_0 : \theta = \theta_0, \quad \text{対立仮説 } H_1 : \theta < \theta_0$$

に対する有意水準 α の一様最強力検定 (確率化検定) の検定関数を求めよ.

問題 3 (1) (問題 2.1)

$$X_1, \dots, X_n \stackrel{i.i.d.}{\sim} N(0, \theta) \quad (\theta > 0)$$

とする. $S_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2$ は θ の有効推定量であることを示せ.(2) $X_1, \dots, X_n \stackrel{i.i.d.}{\sim} N(\mu, \sigma^2)$ とする. σ^2 の有効推定量は存在しないことを示せ. ただし,

$$T = \left(\sum_{i=1}^n X_i, \sum_{i=1}^n X_i^2 \right)$$

が完備十分統計量であることは, 証明なしに用いてよい.

問題 4 $X_1, \dots, X_n \stackrel{i.i.d.}{\sim} P_o(\lambda)$ (平均 λ のポアソン分布) とする.

(1)

$$S = \sum_{i=1}^n X_i$$

は完備十分統計量であることを示せ.

(2) $S = s$ を与えたときの X_1 の条件付き平均を求めることにより, λ の一様最小分散不偏推定量を求めよ.