第２回春期研究大会論文集
学会指定課題研究の部

数学の生涯学習の理論化へ向けて
個人のニーズと社会のニーズのジレンマ解消に向けた提案

Toward a theory of lifelong learning of mathematics:
A proposition for solving dilemma between personal and social needs

上ヶ谷友佑
日本学術振興会特別研究員
(広島大学教育学研究科　院生)

要　約

本稿は，一般の人々から問われることが想定される「なぜ生涯に渡って数学を学び続けなければならないのか？」という問いを足掛かりとして，現代市民の数学の生涯学習を実現するために社会的に提供されるべき学習資源の在り方と，数学の生涯学習論を理論化するための視点について検討を行ったものである．本稿では，国内外の数学の生涯学習論に関する研究動向を踏まえながら，「数学」という語の意味と個人・社会間のニーズの弁証法的相互作用という２つの研究対象に着目し，次の２点を提案した．(1) 数学の生涯学習の実現へ向け，個人のニーズの範囲内で数学的問題の定式化が支援され得る社会環境の必要性．(2) 数学の生涯学習論の理論化へ向け，「基礎力」と「応用力」の関係に関する見直し．

キーワード：個人のニーズ，社会のニーズ，数学的問題の定式化過程

1. 序論

一般の人々に対して数学の生涯学習を推奨する者ならば，一般の人々から，一度は必ず問われることがある．それは，「なぜ生涯に渡って数学を学び続けなければならないのか？」という問いである．この問いには，大きく分けて２通りの答え方がある．

１つは，「社会が数学を必要としているから」という答え方である．知識基盤社会の到来により，数学的知識の重要性が飛躍的に高まっている．この点に反論することは，多くの人々にとって難しいことである．しかし，だからと言って納得してもらえるとは限らず，多くの場合は渋い顔をされるだけである．

もう１つは，「数学が楽しいから」という答え方である．この答え方は主観的な側面を有しているため，人々の反応も多くは主観的である．いかに自分が学生時代に数学で嫌な思いをしたかを語る者もいれば，「あ

なたは変わった人ですね」と一言述べるだけの者もいる．共感を得られる場合は比較的珍しい．

もちろん，数学の必要性や数学の楽しさを明らかにしようという試みは，数学の生涯学習論として必要不可欠かつ中心的な研究課題である．なぜなら，そのような研究の成果が，数学の生涯学習を推進すべき合理的根拠となるからである．しかし，その一方で，その合理的根拠が，合理的であるにもかかわらず，世間一般においては，しばしば説得的に働かない場合があることもまた事実である．この一見すると逆説的な状況は，数学の生涯学習を推進する合理性の追究に加えて，数学の生涯学習を推進する際に直面し得る実際的な問題に対応するための研究知見を蓄積する必要があることを示唆している．したがって，次の 2 つのリサーチ・クェッションが，数学の生涯学習論における中心的な問題として付け加えられる必要があると考えられる．

RQ1: なぜ推進者と一般の人々との間でこのような温度差が生じてしまうのか？

RQ2: どのようにすればこの温度差を解消することができるのか？

そこで，これらのリサーチ・クェッションを足掛かりに，本稿は，数学の生涯学習を実現するために社会的に提供されるべき資源を検討するとともに，数学の生涯学習論を理論化するための一方向性に関する提案を行う．

2. 理念的背景

一口に数学の生涯学習論と言っても，多様な理念に基づいた多様なアプローチが存在する．そこで本節では，序論で挙げた 2 つのリサーチ・クェッションに関連する国内外の研究動向から，数学の生涯学習に関する理念的背景について整理する．

生涯学習という考え方それ自体は，必ずしも「数学」に特化した考え方ではない．数学の生涯学習論を検討するにあたって，一般的な生涯学習論における生涯学習の概念を理解しておくことは重要である．

生涯学習という考え方は，人を生まれてから死ぬまで学び続ける存在として捉える考え方である．一般的な生涯学習の概念は，Aspin & Chapman（2000）による説明がわかりやすい．彼らは，科学哲学者 Neurath によるアナロジーを援用して生涯学習の概念を次のように説明する (p. 15)．大海原を渡ろうとする船が，必要に応じて船体を修理しながら航海するものであるように，現代社会を生き抜こうとする人々は，必要に応じて物事の理解の仕方を再構築（＝学習）しながら生きていくものである．これが，生涯学習の考え方である．

この説明において，「学習」という語が，日常的な言い回し以上の意味を有している点には注意が必要である．このことは，「なぜ生涯に渡って数学を学び続けなければならないのか？」という冒頭の問い立てそれ自体が，ミスリーディングな問いであることを示唆している．生涯学習論における「学習」は，「しなければならない行為」ではなく，人間が生きる上で回避できない行為なのである．数学の生涯学習論を展開するにあたっては，しばしば「数学の必要性」を論じる必要があるため，学習が「しなければならない行為」として受け止められがちであるけれど，それは正しい理解ではない．生涯学習論は，ただどんな人も，学校教育修了後もその一生において，自らの認識や行動を改め続けることになる，という事実を指摘しているだけである．生涯学習論が特定の学習内容の必要性を主張するとき，それは，必ずしも成人の義務という意味での必要性ではない．それは，どちらかと言

えば，より充実した生活の実現可能性を模索する議論である．ただし，現代的には，自己決定的で自発的な学習者像を前提として確立された成人教育学 (アンドラゴジー) が，資格証明書至上主義や専門職主義の浸透によって再構成を迫られているという側面もある (cf. 赤尾, 2004). そういう意味では，生涯学習論に対して義務的な印象を受ける成人学習者に対する配慮も重要である．

数学の生涯学習論は，このような大きな教育学的概念の中に包摂される．偶発的であれ計画的であれ，認識や行動を改めるに至った場合，それがよりよい変容であるためには, 時として「数学」が必要とされる．国際的に，成人数学教育学が数学教育学と成人教育学の相互作用領域として見なされている (cf. Evans, Wedege, & Yasukawa, 2013, p. 207) ことを鑑みると，数学の生涯学習論は, 成人数学教育学を包摂しながら, 数学教育学と一般生涯学習論を接続する相互作用領域と見なすことができる．

この領域は，特に，成人の数学学習を支援するという観点において，次の 2 つの役割を果たしていく必要がある．1 つは，学校教育を主たる研究対象とする数学教育学から研究成果を輸入しつつ，数学の生涯学習の効果的実現を目指すことである．そして，もう 1 つは，逆に学校教育をいかに実施する必要があるかについて，数学の生涯学習論における研究成果を数学教育学に対して輸出していくことである．Evans, Wedege, & Yasukawa (2013) は，とりわけ，学習転移と情意の問題に関する理論が，成人数学教育学から一般の数学教育学へ輸出可能であろうことを指摘している (p. 233).

序論で挙げた 2 つのリサーチ・クェッションの追究は，まさにこの 2 つの役割を果し得る．なぜなら，RQ1 を解決するためには，学校教育を修了した一般の成人がどのような状態になり得るかという点で数学教育学の知見を部分的に輸入する必要がある一方で，RQ2 が解決した暁には，学校教育に対する提言として，数学教育学へ研究成果を輸出することができると見込まれるからである．

3. 研究対象の焦点化

北欧の数学教育研究においては，数学の生涯学習論の方向性として，2 つの研究対象が提起されている．1 つは,「数学」という語の意味であり, もう 1 つは, 個人のニーズと社会のニーズの弁証法的相互作用である (Wedege & Valero, 2009, p. 361). そこで本節では，序論で述べたリサーチ・クェッションとこの 2 つの研究対象の関係について整理し，研究対象の焦点化を試みる．

(1) 「数学」とは何か？

序論で取り上げた温度差が生じる理由については，例えば，多くの人々が数学嫌いだと考えれば納得しやすい．質問者が数学の楽しさを知っていたならば，そもそもこのような質問を投げかけてこなかったかもしれない．しかし，数学の好き嫌いでこの温度差を理解することは，数学の生涯学習を推進するにあたって示唆的ではない．

Schoenfeld (2000) は，妥当な数学教育研究の規準の 1 つとして,「その主張や予測の適切性が経験的に検証され得るような，非同語反復的な主張や予測を形成すること」(p. 648) を挙げている．実際，数学好きと数学嫌いの間に温度差があるという説明は，ほとんど同語反復であり，事態を変化させるための新しい情報を含んでいない．研究プロセスを建設的にするためには，リサーチ・クェッションに対して同語反復に陥らないような答えを与えていく必要がある．

そこで重要となる 1 つの論点が,「『数学』とは何か？」である．国外の調査研究おいては，研究者と学習者との間で,「数学」と

いう語の理解の仕方が異なることを示唆する研究が複数存在する．

例えば，成人学習者が数学を学ぶことに対して抵抗を示す一因として，成人学習者が数学に対して抱く信念の存在が指摘されている．そのような信念の代表的な例としては，

- 理系の専門職に就くための能力開発プログラムに積極的に参加している者にさえ見られる信念で，専門職に必要な能力が数学と無関係であると考えてしまう信念，
- 実際には様々な局面で数学を応用できている者にさえ見られる信念で，自分が常識的に行っていることが，数学とは無関係であると考えてしまう信念，
- 「自分は数学ができなかった」という認識が逆転して,「自分のできないものが数学である」と考えてしまう信念

などが知られている（Wedege & Evans, 2006, pp. 33–35）．

渡辺 (2013) が指摘しているように，数学の生涯学習の立場からは,「数学」という言葉の意味は，日常生活の中から確立することが自然である．しかし，先行する事例研究によると，数学の学習に抵抗を示す成人は，そのような形で「数学」という語の意味を確立してきたわけではないようである．もし「数学」という語の理解が異なるがゆえに「なぜ生涯に渡って数学を学び続けなければならないのか？」という問いが生まれているとすれば，この事態を建設的に解決するために，人は「数学」という語の意味をどのような過程を経て確立するのかについて，具体的な調査研究に基づいた理論構築が必要となるであろう．

(2) 個人のニーズと社会のニーズの弁証法的相互作用

数学の生涯学習論（成人数学教育学を含む）は，主観的アプローチと客観的アプローチ（一般化アプローチ）のいずれか，あるいは，両方によって推進されると言われている（Evans et al., 2013, pp. 208–209; Wedege & Valero, 2009, p. 360)．前者は，個人がどんな数学学習を必要としているかという個人のニーズから出発するアプローチであり，後者は，社会が（個人に対して）どんな数学学習を必要としているかという社会のニーズから出発するアプローチである．

このような「ニーズ」に基づいた研究アプローチは，しばしばジレンマに陥る．具体的には，社会の側から見れば，各個人がある特定の数学の内容に習熟していることが有益であるように見えるかもしれないけれど，個人の側からしてみれば，その数学学習の帰結に有益性を感じない，という場合がしばしば存在するのである．

実際，学習者と研究者（あるいは，教育者）の間で「数学」という語の意味の理解が異なることは，数学に対する個人のニーズと社会のニーズが一致していないことを意味していると考えられる．先に引用した Wedege & Evans (2006) の成人学習者の抵抗感に関する知見を踏まえると，個人が感じているニーズを優先すれば，社会が要求する数学学習が実現し得ず，社会からのニーズを優先すれば，個人が数学学習に対して抵抗を示してしまう．序論にて指摘した生涯学習の推進者と一般の人々との温度差も，まさにこのジレンマの産物である．数学に対する社会のニーズを知ることは，個別の成人が数学を学ぶ動機にはならないのである．このジレンマは，数学の生涯学習を推進するにあたって最大の障壁となることが予想される．

この障壁を突破するための 1 つの方向性

が，数学を学習し続けている成人の，学習の動機に関する調査結果の中に見出すことができる．これまで，成人の数学学習に対する動機は，数学を職業や日常生活に活かすことにあるであろうと思われてきたけれど，Evans, Wedege, & Yasukawa (2013) は，それが先入観である可能性を指摘する．彼らがレビューするように，先行する関連研究を総合すると，実際にそのような動機で数学を学んでいる成人は稀である．成人の数学学習に対する主たる動機としては，(a) 自分が数学において成功し得ることを証明すること，(b) 理解と没頭に到達すること，(c) 自分達の子どもの宿題を手伝うことの3点が指摘されている (p. 214).

この点については，日本国内においても，松本 (2013) が整理した実用数学技能検定の合格体験記においても上記の3点に類似した声が寄せられている．もちろん，いずれも事例的な研究であるため，現時点でのこれらの知見の一般化可能性には限界がある．しかし，成人の数学学習の動機を明らかにしていくことを通じて，個人のニーズと社会のニーズというジレンマの解消を模索することは，数学の生涯学習論の本質的な研究対象となるであろう．

特に，Wedege & Valero (2009) が提起する個人のニーズと社会のニーズの弁証法的相互作用については，日本においても研究が必要であるように思われる．彼女達は，「私達は，重要であるが認識されていない数学的スキルや数学的知識をさらに発展させる成人の可能性を考慮したり与えたりするために，2 つの観点，社会の要求と個人のニーズを――人々の日常生活の中で――統合するもっと大規模な実証研究が必要である」(pp. 360-361) と述べる．彼女達の問題意識は，ともすれば矛盾し得る社会のニーズと個人のニーズを，日常生活の中で発展的に統合することの必要性にある．それが「弁証法的相互作用」の意味である．

序論で上げた RQ2 は，いかにこの弁証法的相互作用を実現するかという方向で探究されなければならないであろう．しかし，そのような探究は，簡単に実現し得るものではない．そこで，次節では，この弁証法的相互作用を探究する筋道を具体化し，個人のニーズと社会のニーズのジレンマの解消に向け，数学の生涯学習を支援するために社会的にどのような資源が提供されるべきであるかを議論する．

4. 弁証法的相互作用の実現へ向けて

「数学」という語に対して否定的な印象を抱く成人が存在することそれ自体は厳然たる事実であったとしても，次の可能性は念頭に置いておく必要がある．それらは，彼らが，我々のいう「数学的な楽しさ」に相当する楽しさを，「数学的」と形容していないかもしれない，ということである．本節では，この点を踏まえて，個人のニーズと社会のニーズの弁証法的相互作用の実現に対して社会が提供可能な環境について議論し，数学の生涯学習論の理論化に向けた一方向性を提案する．

(1) メタ情意としての数学的な楽しさ

適切な条件さえ整えば，どんな人でも，我々のいう「数学的な楽しさ」に相当するものを楽しむことができる，という希望を持つことは，重要であるように思われる．その適切な条件は，すべての人にとって同じではないかもしれないけれど，個人のニーズと社会のニーズの弁証法的相互作用を追究することは，そういう条件を科学的に定式化していくことに相当するであろう．

前節までで取り上げた先行研究の知見を踏まえると，社会の側からどんなに数学の有用性を強くアピールしたとしても，そのことが直接，個人が数学学習に没頭するきっかけになるとは限らない．どちらかと

言えば，何かに対する取り組みを楽しむ機会を重ねる中で，少しずつその取り組みの幅が数学的に豊かになるよう，順次，個人に対して提供する情報を増やしていくことの方が効果的であるように思われる．渡辺 (2013) が指摘するように，数学は，個人が日常生活を最大限合理的に営む上で出現し得るものとして捉えられる．数学の生涯学習論は，個人が取り組むことで充実感を得ることのできる「数学」の範囲を少しずつ広げる支援をするとともに，その範囲を広げた副産物として社会的に有用な数学的能力を獲得するに至るという状況をいかに実現するかを追究することが重要である．このとき，個人が自分の楽しんでいる取り組みのことを「数学」と呼んでいるかどうかは，もはや大きな問題ではないであろう．

数学的な楽しさに関して，DeBellis & Goldin (2006) は，数学教育における「メタ情意」の重要性を指摘している．メタ情意とは，別の情意に対する情意である．彼女達は，メタ情意の例として，怖いはずなのに楽しいジェットコースターを挙げる．これは，怖さに対して楽しさを感じる例である．同様に，数学的な楽しさとは，ただ解決の瞬間だけが楽しいというよりはむしろ，数学的解決の必要な困難に直面するところから，その楽しさの一端が始まっている．

数学的問題に関する困難性については，数学者･岡潔が興味深い言葉を残している．「私は三日かからねば，つまり二晩寝なければ解けないという問題からを問題と呼ぶことにしている」(岡, 1964, p. 293)．これは，数学的に興味深い問題の条件を印象的に示している．もちろん，解決に 3 日間要するというのは，ものの例えであって，解決アルゴリズムの実行に 3 日かかるものが興味深い問題というわけではない．この言葉の真意は，どのような条件を満たすものが答えになるかが直ちに理解できるにもかかわらず，その答えそれ自身は直ちには得られない問題，ということであろう．

どのような条件をみたすものが答えになるかが直ちに理解できる――少なくとも，理解した気になれる――ということは，数学的な楽しさに関する重要な条件の 1 つである．もしある数学的問題に出会った瞬間にそれが理解できなかったとしたら，それは，そもそも，それがなぜ問題となっているのかが理解できていないことを意味する．もし数学の学習時にそのような経験ばかりを繰り返している学習者がいるとすれば，その学習者にとって,「数学的問題の答え＝講師やテキストが答えと呼ぶもの」となるのは時間の問題であろう．数学の生涯学習 (学校教育も含む) においては，問題文に含まれている情報以外の要因 (講師やテキストなど) によって，あたかもその問題の答えが決まってしまうかのような認識に学習者が陥らないような配慮が必要である．

(2) その答えはどんな問題の答えなのか？

数学的な楽しさを知るにあたって，どのような条件をみたすものが答えになるかが直ちに理解できるという条件が重要だとすれば，数学学習において重要なことは，特定のアルゴリズムに習熟することや公式を覚えることではあり得ないし，場合によっては，ある種の数学的な考え方を使えるようになることでさえもないと考えられる．アルゴリズムや公式，そして，数学的な考え方でさえも，それらは何かの数学的問題に対する「答え」(あるいは,「答え方」) なのであって,数学的問題それ自身ではない．それらは，ある数学的問題に対する解決を簡潔に整理したものとして存在するに過ぎないのである．

数学の価値は，そういった「答え」の側ではなくて，むしろ，それに対応する「数学的問題」の側にある．どんなにたくさんの「答え」を知っていたとしても，それが

どんな問題に対する答えなのかを知っていなければ，本質的に「答え」を知っている意味がない．このような見方は，文脈に依存しない一般的な数学的技能としての“basic skill” の存在を疑問視する国際的な研究動向とも整合的である (Evans et al., 2013, pp. 205–206). この流れに沿うならば，数学の学習は，個人が自らのニーズの範囲内において社会的に価値のある数学的問題を定式化することに力点を置いていなければならない．

例えば，構成主義の考え方を示す際に，Confrey (1991) は, Suzanne という学生が，ビックバンからルネサンスまでの大雑把な年表を与えられた上で，数直線に各出来事の年数 ($500 \sim 1.5 \times 10^{10}$) のプロットを求められたとき，対数目盛と線形目盛のハイブリッド方式であるような数直線を自作して用いた事例を提出した．この事例は，数学の生涯学習論にとって示唆的である．

科学的には，この種の問題を解決するにあたっては，対数目盛か線形目盛の数直線を用いるのが一般的である．しかし，問題解決において慣習に倣うことは科学的・数学的な意味での合理的解決ではない．

Suzanne は，与えられた課題を，単に順序関係を表現する問題として理解したものと思われる．なぜなら，与えられた年表が視覚的構造として順序関係しか表現していなかったからである．そのように理解すると，Suzanne の取った行動は，科学的・数学的に合理的である．

この事例を，講師やテキストによる前提の強調が足りなかったからだ，と安易に断定するべきではない．なぜなら，例えば，問題の中に「対数目盛を用いること」といった但し書きを加えてしまおうものなら，途端に問題が問題としての意味を失ってしまうからである．解き方が前提条件に組み込まれてしまっている問題は，先の岡潔流の「問題」ではなくなってしまう．基礎力としての数学的能力が抽象的な形で獲得されるというよりも，具体的な応用場面の積み重ねによって，その応用場面を統合するような基礎力が徐々に形成されていくという視点が，数学の生涯学習論には必要なのである．

したがって，数学の生涯学習を実現するための社会的環境としては，個人が自らのニーズの範囲内において社会的に価値のある数学的問題を定式化できるよう，支援する仕組みが必要である．ここまで見てきたように，個人は，漠然とした自らのニーズが「数学」によって充足できる可能性を自覚していない可能性がある．このニーズを数学的問題として定式化する過程の支援こそが，生涯学習のための資源として，一般市民に広く利用可能な形で提供されているべきであろう．

生涯学習の過程に問題の定式化過程が含まれていなければ，指示が与えられた時に指示通りに動けるという，同語反復的な行動が取れるようになるだけである．先に引用した Schoenfeld (2000) による同語反復への注意は，研究成果が情報量的に増大するための規準であったけれど，個々人の学習成果も情報量的に増大するためには，たとえ数学であっても同語反復に陥ってはならないのである．

5. 結論

本稿は，数学の生涯学習の推進者と一般の人々との間に生じるであろう「数学」に対する温度差を理解するために，数学の生涯学習論の一方向性について検討した．本稿の要点は，次の 2 点に集約できる．

- この温度差は，個人のニーズと社会のニーズのジレンマとして理解可能である．

- 温度差の解消にあたっては，個人のニーズから社会的に価値のある数学的問題を定式化する過程の支援が，生涯学習のための資源として，一般市民に広く提供されるべきである．
- 数学の生涯学習論は，具体的な応用場面の積み重ねによって，その応用場面を統合するような基礎力が徐々に形成されていくという視点で，そのような生涯学習環境の実現へ向けた理論が構築されていく必要がある．

しかしながら，上記の支援が具体的にどのような形で市民に提供可能であるかについてや，その実現に対して有用な情報を提供し得る理論の構築については，今後の課題として残されている．

謝辞

本研究の一部は，日本学術振興会平成 26 年度科学研究費補助金 (特別研究員奨励費：課題番号 252024) の助成を受けた．

引用・参考文献

赤尾勝己. (2004).「成人教育学——M・ノールズの理論をめぐって」. 赤尾勝己 (編),『生涯学習理論を学ぶ人のために』 (pp. 5–32). 世界思想社.

Aspin, D. N., & Chapman, J. D. (2000). Lifelong learning: concepts and conceptions. *International Journal of Lifelong Education*, *19*(1), 2–19.

Aspin, D. N., Evans, K., Chapman, J. D., & Bagnall, R. (2012). Introduction and Overview. In D. N. Aspin, J. D. Chapman, K. Evans, & R. Bagnall (Eds.), *Second International Handbook of Lifelong Learning* (pp. xlv–lxxxiv). Springer.

Confrey, J. (1991). Learning to Listen: A Student's Understanding of Powers of Ten. In E. von Glasersfeld (Ed.), *Radical Constructivism in Mathematics Education* (pp. 111–138). Springer Netherlands.

DeBellis, V. A., & Goldin, G. A. (2006). Affect and Meta-Affect in Mathematical Problem Solving: a Representational Perspective. *Educational Studies in Mathematics*, *63*(2), 131–147.

Evans, J., Wedege, T., & Yasukawa, K. (2013). Critical Perspectives on Adults' Mathematics Education. In M. A. (Ken) Clements, A. J. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick, & F. K. S. Leung (Eds.), *Third International Handbook of Mathematics Education* (pp. 203–242). Springer New York.

松本精一 (2013). 「数学・算数の実用的技能検定による生涯学習の推進」. 日本数学教育学会『第 1 回春季研究大会論文集』 (pp. 119–126). 東京.

岡潔 (1964). 『紫の火花』. 朝日新聞社.

Schoenfeld, A. H. (2000). Purposes and methods of research in mathematics education. *Notices of the AMS*, *47*(6), 641–649.

渡辺信 (2013). 「生涯学習を目指す数学教育の構築：なぜ，生涯学習から教育を再構築したいのか」. 日本数学教育学会『第 1 回春季研究大会論文集』 (pp. 99–106). 東京.

Wedege, T., & Evans, J. (2006). Adults' Resistance to Learning in School versus Adults' Competences in Work: The Case of Mathematics. *Adults Learning Mathematics – an International Journal*, *1*(2), 28–43.

Wedege, T., & Valero, P. (2009). Lifelong mathematics education (1): Needs and constraints. In C. Winsløw (Ed.), *Nordic research in mathematics education : proceedings from NORMA08 in Copenhagen, April 21 - April 25, 2008* (pp. 359–362). Rotterdam: Sense Publishers.