第３回春期研究大会論文集
学会指定課題研究の部

数学の生涯学習へと通ずる基礎経験

Fundamental Experience Leading to Lifelong Learning of Mathematics

上ヶ谷友佑
広島大学福山附属中・高等学校（広島大学大学院 教育学研究科 院生）

要　約

本研究は，数学的な学びへのニーズを積極的に形成する主体的学習者を育成するための実効的な示唆を引き出すことを目的として，次の 2 つのリサーチ・クェッションを理論的に探究する．[1] 数学への個人的ニーズを積極的に形成する主体的学習者は，どのような経験を通じて育まれ得るか？ [2] そのような経験は，どのような方法で与えることができるか？ 理論的視座としてラディカル構成主義と正統的周辺参加論を用いながら，先行研究から得られる理論的知見を総合することによって，本稿では次の答えを得た．[1] 主体的学習者は，本質的に重要な制約条件の範囲内で最大限自由を求める脱正統的周辺参加の経験によって育まれ得る．[2] そのような経験は，自らの主観的経験の中に自由を見出そうとできるような問いによって与え得る．

キーワード：生涯学習，主体的学習，ラディカル構成主義，脱正統的周辺参加

１．序論

生涯学習とは，人を，生まれてから死ぬまで学び続ける存在として捉える考え方である (Aspin & Chapman, 2000, p. 15)．生涯学習論において,「数学」とは，個人が日常生活や社会生活をより合理的に営もうと振る舞う中で出現し得るものである（渡辺, 2013).

このような背景の下,数学の生涯学習論は，主観的アプローチと客観的アプローチという，大きくわけて 2 つのアプローチで推進される (Wedege & Valero, 2009, p. 360)．前者は，個人がどんな数学学習を必要としているかという個人のニーズから出発するアプローチであり，後者は，社会が（個人に対して）どんな数学学習を必要としているかという社会のニーズから出発するアプローチである．

個人のニーズと社会のニーズが一致しているとは限らないから，この 2 つのアプローチ

はジレンマに陥り得る．そのため，Wedege & Varelo（2009）は，個人のニーズと社会のニーズを発展的に調和させる「弁証法的相互作用」が必要であると指摘する．また，これを受けて上ヶ谷（2014）は，この弁証法的相互作用の実現のために，個人のニーズから社会的に価値ある数学的問題を定式化することの重要性を指摘した．しかし，このことは，そもそも個人のニーズが生じないことには，数学の生涯学習が成立し得ないということもまた含意する．数学の生涯学習社会を構築するにあたっては，既にニーズを持った個人をどう支援するかという環境整備の問題も然ることながら，数学的な学びへのニーズを積極的に形成する主体的学習者をどのように育むかという問題もまた，重要な課題である．

そこで本稿では，数学的な学びへのニーズを積極的に形成する主体的学習者を育成するための実効的な示唆を引き出すことを目的として，次の 2 つのリサーチ・クェッション（以下，RQ）を探究する．

RQ1: 数学への個人的ニーズを積極的に形成する主体的学習者は，どのような経験を通じて育まれ得るか？

RQ2: そのような経験は，どのような方法で与えることができるか？

本稿では，序論で示した 2 つの RQ に対して，理論的アプローチによる仮説的解答の導出を試みる．すなわち，先行する理論研究や調査研究・実証研究から導かれる諸仮説を総合することによって，各 RQ に対する答えを導出する．

２．理論的視座

本節では，本稿が採用する理論的視座について概観する．特に本稿では，von Glasersfeld（1995）のラディカル構成主義（以下．RC）を基本的視座，レイヴ & ウェンガー（1993）の正統的周辺参加論（以下，LPP）を補助的視座として採用するため，以下，RC と LPP それれぞれについてと，その併用について論じる．

(1) ラディカル構成主義

RC とは，すべての認識は主観的であると考える，知ることについてのアプローチである（cf. von Glasersfeld, 1995, p. 1）．真理を反映した宣言的知識を**内容知**（knowing that），コツや技といった暗黙的な知識を**方法知**（knowing how）と呼んで区別したライル（1987）の分類に倣えば，RC が問題にする知識とは，客観的に真偽の決まる内容知ではない．RC は，ただ，認識主体にとって，ある方法知が主観的に役に立つと見込まれているかどうか（＝**生存可能**かどうか）を問題にする哲学である．実際，人が自分の「知っていること」を使うときというのは，その「知っていること」が内容知として客観的に真であるときではなくて，方法知として役に立ちそうと思えるかどうかに依存していると考えられる．

本稿が RC を基本的視座として採用する理由は，RC が「観察される者に共感する〔empathize〕」(Thompson, 2000, p. 298）哲学だからである．数学の生涯学習を実践する主体的学習者にも，数学の生涯学習を忌避する者にも，それぞれそれなりの合理性があって数学を学んだり避けたりしている．この学習者なりの目的と，学習者なりの合理性を理解するためには，RC が研究上の基本的視座として設定されなければならない．

(2) 正統的周辺参加論

LPP とは，学習を「実践的共同体への参加の度合の増加」(レイヴ & ウェンガー, 1993, p. 25）として見なす学習理論である．**正統的周辺参加**とは，ある実践的共同体（＝コミュニティ）における新参者（＝正統的周辺参加者）が徐々に古参者（＝十全的参加者）へと

変容していく過程を意味する用語である．

この理論では，非正統的周辺参加という状態は存在し得ず（p. 10)，実践的共同体内におけるある個人のアイデンティティがどのように変容するかが問題とされる．このような学習観に立脚するならば，学習者が数学の授業や体験教室等において学んでいることは，数学それ自身というよりはむしろ，そのコミュニティにおいて自身が十全的参加者として認められるための方法知である．

(3) ２つの視座の併用

これまでの数学教育研究において，RC と LPP を組合せて使用することについて，様々な議論がなされてきた．本稿の解釈では，RC と LPP は，それぞれ学習の異なる側面に光を当てているわけでなければ，互いに矛盾しているわけでもない．LPP は，RC の上で機能し得る理論である．

RC における知識の生存可能性とは，認識主体によって選択された目的に対して相対的な概念である（von Glasersfeld，1992，p. 384)．しかし，RC は，人がどんな目的で活動し得るのかについて，統一的な視座を提供しない．そこで，本稿では，LPP を参考に，常に学習者が数学学習を行なうコミュニティ（学校の学級，公民館の体験教室，学びの場としての家庭等）において，自身が十全的参加者として認められることを最上位目的として活動していると仮定しよう．以下では，RC の 4 原理に加え，この点を仮定する複合的な理論的視座を LPP/RC と表記する．

理論的視座として LPP/RC を採用する意義は，この視座が，RC と LPP それぞれの短所を補いながら，数学の生涯学習を実践する学習者の主体性に光を当てることを可能にするという点にある．RC 単体では，人がどんな目的で数学の生涯学習を行うのかについて，統一的な理解を得ることができない．また，LPP 単体では，学習の転移については悲観的にならざるを得なくなる（Evans et al., 2013, p. 211)．本稿の RQ2 は，過去の経験が生涯学習へどう繋がっているかという転移の問題であるから，それを扱わないわけにはいかない．その点，LPP/RC ならば，個人の目的の統一的理解と学習の転移可能性を同時に扱うことができると言えよう．

３．数学の生涯学習の規定

本節では，LPP/RC という視座の下，数学の生涯学習を規定しよう．この視座の下では，学習者が学んでいることは，数学の授業や数学の体験教室といったコミュニティにおいて，自身が十全的参加者として認められるための方法知であることになってしまうけれど，そうした教室に馴染むことだけが学習者の活動となってしまっているようでは，必ずしも数学の学びが生じているとは言えないであろう．したがって，学習者が正統的周辺参加に徹しているという事実を受け入れつつも，望ましい数学の生涯学習の在り方がどのように規定され得るのかを別途考えなければならない．

(1) 数学的方法知の獲得＝脱正統的周辺参加

LPP/RC の下で，望ましい数学学習を端的に規定するならば，少なくとも，それは，コミュニティへの参加の度合いを高めるための方法知が，数学的でなければならない，ということができるであろう．もちろん，この「数学的」という語がどういう意味であるのかが重要なのであるが，少なくとも，学習者が正統的周辺参加に徹しているという仮定に従えば，たとえ数学の問題を解いたり数学の本を読んだりしていたとしても，上の条件を満たさない限り，数学の学びとは言えない．

ただし，コミュニティに承認されるということが，褒められるということと異なることには注意が必要である．Lerman (1996) によれば，学習者の心が教師からの入力に開かれていると捉えてしまうことは，文化心理学

(LPP もこれに含まれる）に対するよくある誤解である.「数学の教室のような社会的環境〔social settings〕は，すべての行為者達によって決定されている」(pp. 136-137). ある学習者がコミュニティに承認されるというのは，他の学習者達に承認されることも含まれている．たとえ教師や講師が承認しなかったとしても，他のすべての学習者達に承認されるという事態は起こり得る．したがって，学習者が先に何らかの行為を起こし，遡及的に教師や講師がその行為を承認するという展開は，素朴な教育論としてはわかりやすい規範であるけれど，そのような規範は，LPP の枠組の中で確立することができない．

実際，数学的知識がどのような性格のものであるかということを考えたとき，それは，権威者に奨励されるから使うといった類のものではないはずである．まず，序論でも示したように，生涯学習論における「数学」とは，個人が日常生活や社会生活をより合理的に営もうと振る舞う中で出現し得るものである(渡辺, 2013). 数学的知識が，人間の合目的的で合理的な意思決定にとって必要不可欠であるならば，そのような知識というのは，たとえ周囲にその使用を禁止されたとしても使いたくなってしまうもののはずである．そのような知識は，権威への盲目的な従属とは無縁の考え方である．したがって，望ましい数学の生涯学習において，権威者からの奨励は本質的に必要ではない．

かつてカントールは，自身の集合論が当時の数学界の老大家連に猛反発された際,「数学の本質は，その自由性にあり」として，対抗したと言われている（高木, 2010, p. 14). この逸話が示唆するように，数学においては，その結論が共有可能性と論理的実現可能性を有する限り，自由な思考が万人に開かれているし，逆に，いかなる権威者であっても，共有可能で論理的に起こり得る結論は受容しなければならない．

一般化して述べるならば，数学を含む「科学」とは，非権威者が権威者から開放されるための唯一の方法であり，コミュニティの十全的参加者を超越する唯一の方法であり，数学とは，その科学を下支えする方法である．つまり，数学的な方法知の獲得とは，脱正統的周辺参加の実現である. 先に述べたように，LPP においては非正統的周辺参加という状態は存在し得ない（p. 10). しかしながら，数学は，人に，コミュニティへの参加の度合いを加速度的に増加させ，急激にその参加の十全性を確立し得る力を，すなわち，正統的周辺参加状態を脱出させ，一躍，十全的参加者として踊り出させる力を持っている．その意味で，数学は，脱正統的周辺参加を実現する力を有している．実際，もしコミュニティの権威者が理不尽な要求を突きつけてくるようなことがあったとしても，それが理不尽であることを科学的・数学的・論理的な方法で示すことができるならば，非権威者も，権威者と正当に戦うことができる．そのような主張を展開することは，非権威者のコミュニティへの参加の度合を劇的に向上させることに繋がる．

(2) 数学の精神＝脱法の精神

誤解を恐れずに言えば, 数学的な精神とは，脱法の精神である．ここまでの議論を踏まえると，数学とは，本質的に重要な制約条件の下で，最大限の自由を確立せんとする行為だと言えよう．遵法精神は，脱法精神の上位集合であるが，両者の差集合は，与えられたあらゆる制約に盲目的に従属し，禁止行為を行わないだけに留まらず，許可された行為のみしか行わなくなってしまうような，思考停止を含意する，いわば不自由の精神である．自由とは，完全に何でもありの無法状態ではなく，むしろ，遵法と違法の境界を見極めるその努力の中にある．

例えば，連続する 3 つの整数の和は，無秩序ではない．権威者がどんな連続する 3 整数を与えたとしても，与えたその瞬間に，その和は，ただ 3 の倍数になるだけでなく，真ん中の数の 3 倍に制約される．このことは，権威者の都合で捻じ曲げることはできない．そして，このことは，文字式で表すからこそ共有可能で論理的に実現可能な結論として我々の前に現れる事実なのであって,「連続する 3 つの整数の和」という所与の前提条件そのものに，そのような事実は書かれていない．

不自由の精神は，禁止行為ではなく，模範的行為の具体例を要求する．「連続する 3 つの整数の和」は，連続しない整数を 3 つ足したり，連続する整数を 4 つ足してしまったりすることを禁じるが，具体的にどの 3 数を足せばいいのかを指示しない．そのため，不自由の精神は，「連続する 3 つの整数の和」という条件が有する制約は理解できても，自由度が理解できないのである．不自由の精神は，たとえ具体的な連続する 3 整数が与えられ，それらを足し合わせ，その和が 3 の倍数になることを確認したとしても，最初の一般的な条件に戻って論証へ移行することができない．不自由の精神は，自身の経験した事実を遡及的に確認することはできるが，自身の未だ見ぬ事実（例えば，すべての連続する 3 整数について）を予測的に確認することができない．それは,ひとえに自由を知らないからである．不自由の精神は，論証へ移行するために，どうやって論証すればよいかの模範的行為の具体例を要求するであろう．なぜなら，模範的行為の具体例が存在しないことには，正統的周辺参加ができないからである．

(3) 数学の学習＝脱法精神の確立

以上より，本節での議論をまとめると，数学の学習とは，脱正統的周辺参加を志向する脱法精神の確立である．数学の精神は，無法を求める精神ではなく，本質的に重要な制約条件の下で最大限の自由を得ようとする精神である．もちろん,「脱法」という表現を使いはしたけれど，このような教育観は，犯罪者予備軍を育もうとするものではない．脱法精神を持っているからこそ，簡単に脱法できるようなルールは創らないという姿勢を持つことができると言えるから，脱法精神の確立とは，毒をもって毒を制する学習である．数学の学習は，たとえそれが脱法精神の確立であったとしても，この民主主義社会にとって欠くことのできない学習である．

４．数学の統治機能

本節では，前節で議論した数学の精神を確立するにあたって，実際にどのような経験が必要となり得るかを検討しよう．本節では，その検討のため,数学の統治機能に着目する．

(1) 他者を統治する「数学」

LPP/RC に基づいて数学の精神を育むにあたって，教師や講師が模範を示すやり方は，必ずしも上手く機能しない．このような手続きを踏んでしまうと，十全的参加者の真似をするということ事態が規範となってしまい，その規範に盲目的に従うことがそのコミュニティに承認されるための十分条件となってしまうからである．逆に言えば，不自由の精神を育むためには極めてよく機能すると思われる．実際，Kollosche (2014) が示すように，学校教育において数学を教えることが，統治されるものと統治するものを生み出してしまっている．このことは，素朴な形での数学の指導が不自由の精神を育むことに貢献し得ることを示唆する．

先に Lerman (1996) を引用したように，教師から数学的に与えられた，明文化された制約条件が，学習者にとっての制約条件であるとは限らない．不自由の精神にとって，制約条件とは明文化されたものだけに限らないのである．逆に言えば，脱法の精神にとって

は，明文化されているものだけが制約条件である．そして，洗練された脱法の精神にとっては，明文化されていようといまいと，制約条件というのは，もしそれが健全なコミュニティの運営にとって不合理であると判断されるなら，改訂の対象である．学習者に強制的に数学を学ばせようとする空気感は，脱法の精神にとって反発の対象とさえなるであろう．

「論理」は，権威者であっても従わなければならないものである．しかし，そうであるがゆえに，教師や講師という権威者が，客観性の名の下に「論理」を真似ることを強要することは，逆効果である．宮下（2014）は，大学での倫理教育において，倫理を説く者と説かれる者の間に生じる構造的問題――説かれるものは直感的に反発してしまう――を指摘している．倫理は，それが倫理である限り，他者を統治しようと働きかけるものである．論理も，それが論理である限り，他者を統治しようと働きかけるものである（Kollosche, 2014）．したがって，論理教育と倫理教育の間には構造的類似性が存在し，教師や講師が学習者を統治しようとする限り，学習者に直感的な反発を招く．本質的に論理だけが拠り所である数学の教育も，必然的に同じ構造的問題をはらむ．したがって，教師が，他者を統治する方法知として数学を用い，数学を教えようとする限り，この構造を打破することはできない．

(2) 自己を統治する「数学」

数学は，権威者でさえもその結論に従わなければならないという，ある種の規範性を含意する学問である．しかし，前小節で述べたように，他者を統治する方法知としての数学は，学習者の学習に悪影響を及ぼし得る．したがって，このパラドックスを解消する唯一の術は，数学を，他者でないものを統治する方法知として理解することである．すなわち，自己を統治する方法知として，数学を理解することである．

LPP/RC から見れば，この考え方は極めて自然である．結局，人の認識は主観的であるがゆえに，完全に統治し得るものは自分自身，ただ一人なのである．倫理に反発する者の源が直感である（宮下, 2014）ように，論理に反発する者の源もまた，直感である．したがって，論理が論理として，他者を統治する機能を発揮するためには，その統治される他者が，論理を，自己を統治する方法知として認識していることが必要不可欠である．この必要条件が充足されているからこそ，論理は他者を統治し得るのであって，「論理」の名の下に，共有可能で実現可能性のある結論が生まれ得るのである．したがって，数学教育では，他者を統治する方法知としての数学だけでなくて，自己を統治する方法知としての数学を教えなければならない．

(3) 自己の統治の促進

自己を統治する方法知として数学を経験するという前提に基づくとき，数学教育という営みは，大きな制約を受けることになる．例えば，数学の授業や体験教室は，学習者の多様性を排斥するような形でなされてはならない，ということである．そこで扱われる内容が，数学的あるいは論理的に一意に定まるような答えに誘導するような展開ばかりであったならば，それは，暗黙的に他者を統治しようとする教育となる．

その一方で，教育にこのような制約を課すことは，これまた新たなパラドックスを生み出す．なぜなら，そもそも教育というものが，学習者を何らかの理想的状態へ変化させようという企てなのであって，教育それ自身が，本質的に他者をある意味で統治しようとする企てだからである．

数学教育において実現可能な，このパラドックスを解く鍵の 1 つは，数学教育が，学習者達に対して，他者ではなく自己を統治する

ための契機として機能するように，その内容や状況を組織することである．湊・浜田(1994) は,主体的学習の構成要件として,「自己の価値基準によって学習すること」(p. 62) を取り上げた．彼らの主張を，教師や講師による学習者の統治の否定として受け取るならば，本稿の考察と整合的な議論となる．つまり，学習者が，自らの主観的経験の中に自由を見出せるようにすることが，主体的学習の第一歩であると考えられる．

例えば，先にも述べた「連続する 3 つの整数の和」の場合を考えよう．例えば，教師や講師から,「この和は何の倍数になるか？」と問われて数学の学習が始まってしまったとしたら，その場合，数学は，他者を統治する論理として機能してしまう．なぜなら，この問いによって生み出される状況は，問いそのものの中に，どんな連続する 3 整数の和であっても何かの定数倍になるということを暗黙的に含意してしまっている．この問い方だと，例えば，0+1+2 が 3 で，3 が素数であることから，他に何も調べなかったとしても 3 の倍数であるということがわかってしまう．この考え方は，ある意味では論理的であるかもしれないが，どんな連続する 3 整数の和であっても何かの定数倍になるということは,普通,暗黙的に仮定してよい仮定ではない．そう問われているからそうなるのであろうという考え方は,不自由の精神に基づく考え方である．

数学の精神に基づく考え方を発揮させるためには，例えば次のような問いから始めることが考えられる．

> 連続する 3 整数の和で，次の倍数を作ることはできるか？
> (a) 3 の倍数，(b) 5 の倍数，(c) 13 の倍数

この問の答え自体は，試行錯誤する中で，すぐに見つけることができる．しかし,「連続する 3 整数の和が何の倍数になるか？」と問う場合と違って，この問いから始まる探究は，必然的に試行錯誤を伴う探究となる.そして，その試行錯誤は，与えられた制約条件（連続する 3 整数の和を用いる）という中で，自分が作りたい数を作ろうと試みるという，まさに数学の精神に則った試行錯誤となる．上の問いは,「3 の倍数を作れ」ではなくて,「作ることができるか？」であることが重要である.「作れない」という答えが可能性としてあり得るということが，制約条件の範囲内で何とかして指定された数を作れないだろうかと,数学の精神を遺憾なく発揮することができる状況を生み出している．この問いが,「作れ」だったとしたら，文脈的に「作れない」という答えの可能性が失われてしまうから，活動に非本質的な制約が課されてしまうことになるであろう．したがって，この問いは，理論上，脱正統的周辺参加を志向しやすい問いであり，自らの主観的経験の中で自由を見出そうとする活動に通じる問いであるといえる．

5．結論

本稿は，数学的な学びへのニーズを積極的に形成する主体的学習者を育成するための実効的な示唆を引き出すことを目的として，理論的アプローチによる考察を展開してきた．序論で挙げた 2 つの RQ に対して，本稿は次のように解答を与えることができる．まず，RQ1 に対しては，主体的学習者とは，本質的に重要な制約条件の範囲内で最大限自由を求める脱正統的周辺参加の経験によって育まれると考えられる．そして，RQ2 に対して，そのような経験は，自らの主観的経験の中に自由を見出そうとできるような問いによって，育まれ得ると言うことができる．しかし，現状，この種の問いをどんな数学的内容に対してでもいつでも作れるような方略が存在するわけではない．したがって，今後の課題は，そのような方略を理論的に明らかにし，その

ような問いの有効性を検証することである.

引用・参考文献

Aspin, D. N., & Chapman, J. D. (2000). Lifelong learning: concepts and conceptions. International Journal of Lifelong Education, 19(1), pp. 2–19.

Evans, J., Wedege, T., & Yasukawa, K. (2013). Critical Perspectives on Adults' Mathematics Education. In M. A. (Ken) Clements, A. J. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick, & F. K. S. Leung (Eds.), *Third International Handbook of Mathematics Education* (pp. 203–242). Springer.

Kollosche, D. (2014). Mathematics and power: an alliance in the foundations of mathematics and its teaching. *ZDM*, 46(7), 1061–1072.

レイヴ J., & ウェンガー E. (1993). 『状況に埋め込まれた学習： 正統的周辺参加』. (佐伯胖 訳). 産業図書.

Lerman, S. (1996). Intersubjectivity in mathematics learning: A challenge to the radical constructivist paradigm? *Journal for Research in Mathematics Education*, 133–150.

松本精一. (2013). 「数学・算数の実用的技能検定による生涯学習の推進」. 日本数学教育学会『第 1 回春季研究大会論文集』. pp. 119–126.

湊三郎・浜田真. (1994). 「プラトン的数学観は子供の主体的学習を保証するか：数学観と数学カリキュラム論との接点の存在」. 『日本数学教育学会誌』, 第 76 巻第 3 号, pp. 58–64.

宮下英明. (2014). 『倫理はウザイ――「倫理・人権」科目の体質，そのわけ』. http://m-ac.jp/

ライル G. (1987). 『心の概念』. (坂本百大, 宮下治子, & 服部裕幸 訳). みすず書房.

高木貞治. (2010). 『数学の自由性』. 筑摩書房.

Thompson, P. W. (2000). Radical Constructivism: Reflections and Directions. In L. P. Steffe & P. W. Thompson (Eds.), *Radical Constructivism in action: Building on the Pioneering Work of Ernst von Glasersfeld* (pp. 291–315). Routledge.

上ヶ谷友佑. (2014). 「数学の生涯学習の理論化へ向けて―個人のニーズと社会のニーズのジレンマ解消に向けた提案―」. 日本数学教育学会『第 2 回春季研究大会論文集』.

Von Glasersfeld, E. (1992). Constructivism reconstructed: A reply to suchting. *Science & Education*, *1*(4), 379–384.

Von Glasersfeld, E. (1995). *Radical Constructivism: A Way of Knowing and Learning*. The Flamer Press.

渡辺信. (2013). 「生涯学習を目指す数学教育の構築：なぜ，生涯学習から教育を再構築したいのか」. 日本数学教育学会『第 1 回春季研究大会論文集』 . pp. 99–106.

Wedege, T., & Evans, J. (2006). Adults' Resistance to Learning in School versus Adults' Competences in Work: The Case of Mathematics. *Adults Learning Mathematics*, *1*(2), 28–43.

Wedege, T., & Valero, P. (2009). Lifelong mathematics education (1): Needs and constraints. In C. Winsløw (Ed.), *Nordic research in mathematics education: proceedings from NORMA08 in Copenhagen, April 21 - April 25, 2008* (pp. 359–362). Rotterdam: Sense Publishers.