

固体物理学1

第10講

# 磁場中の固体電子

~~ 磁場とフェルミ面の意外な関係 ~~

広島大学 井野明洋

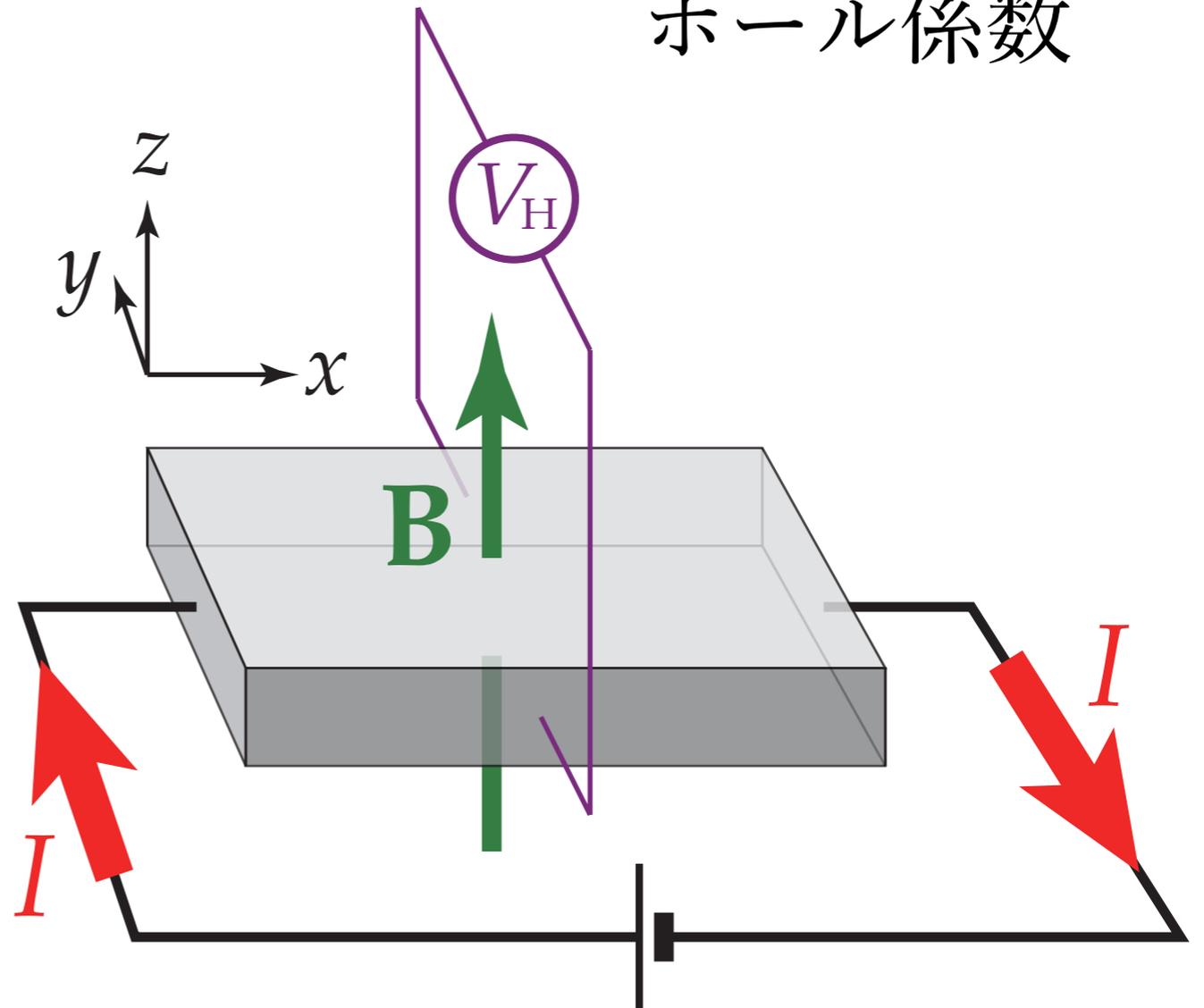
居室：理D205、放射光セ308

# ホール効果の測定

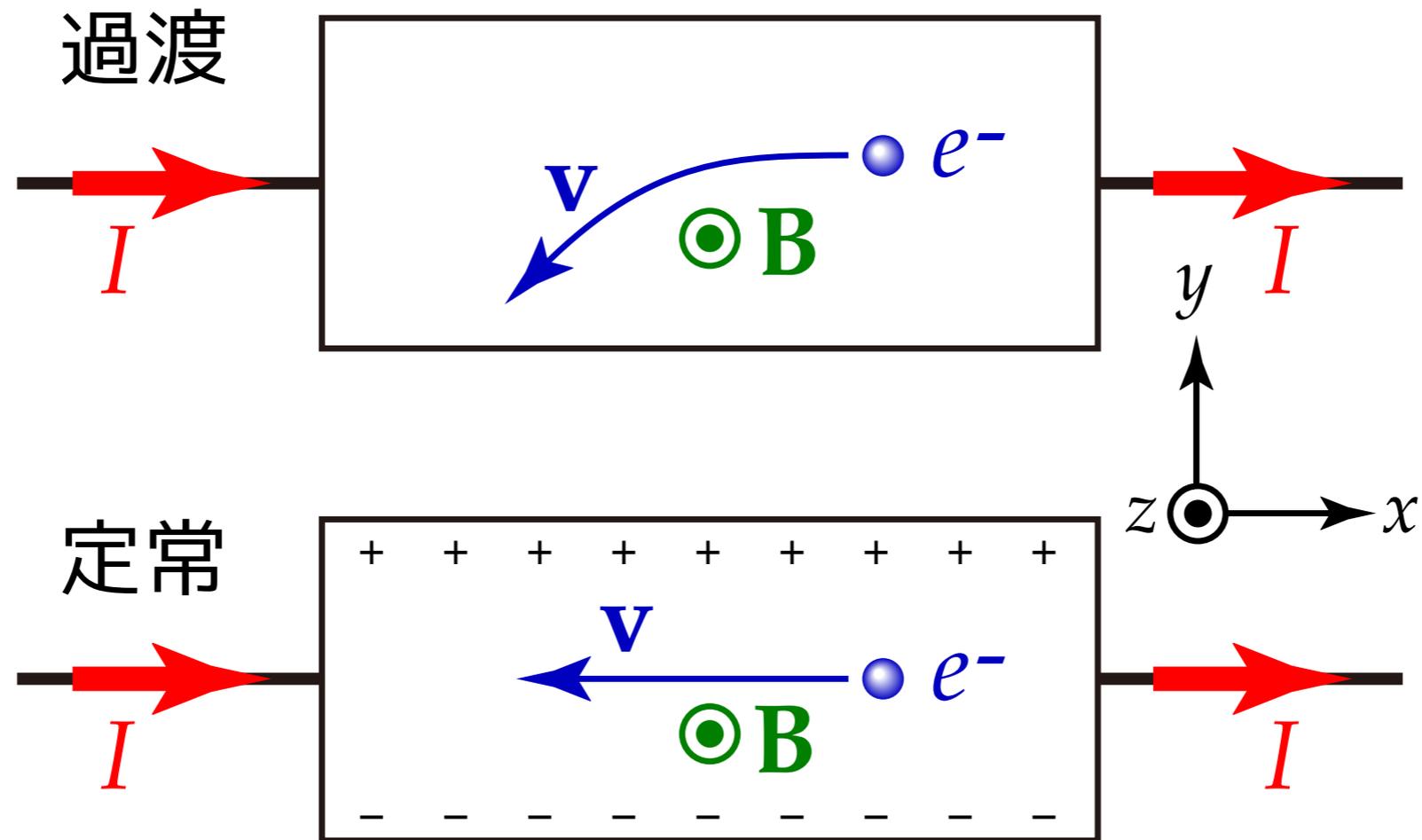


$$j_x = \frac{1}{R_H} \cdot \frac{E_y}{B_z}$$

ホール係数



# ホール効果の基本原理



$$F_y = -e(-v_x B_z + E_y) = 0 \text{ より}$$

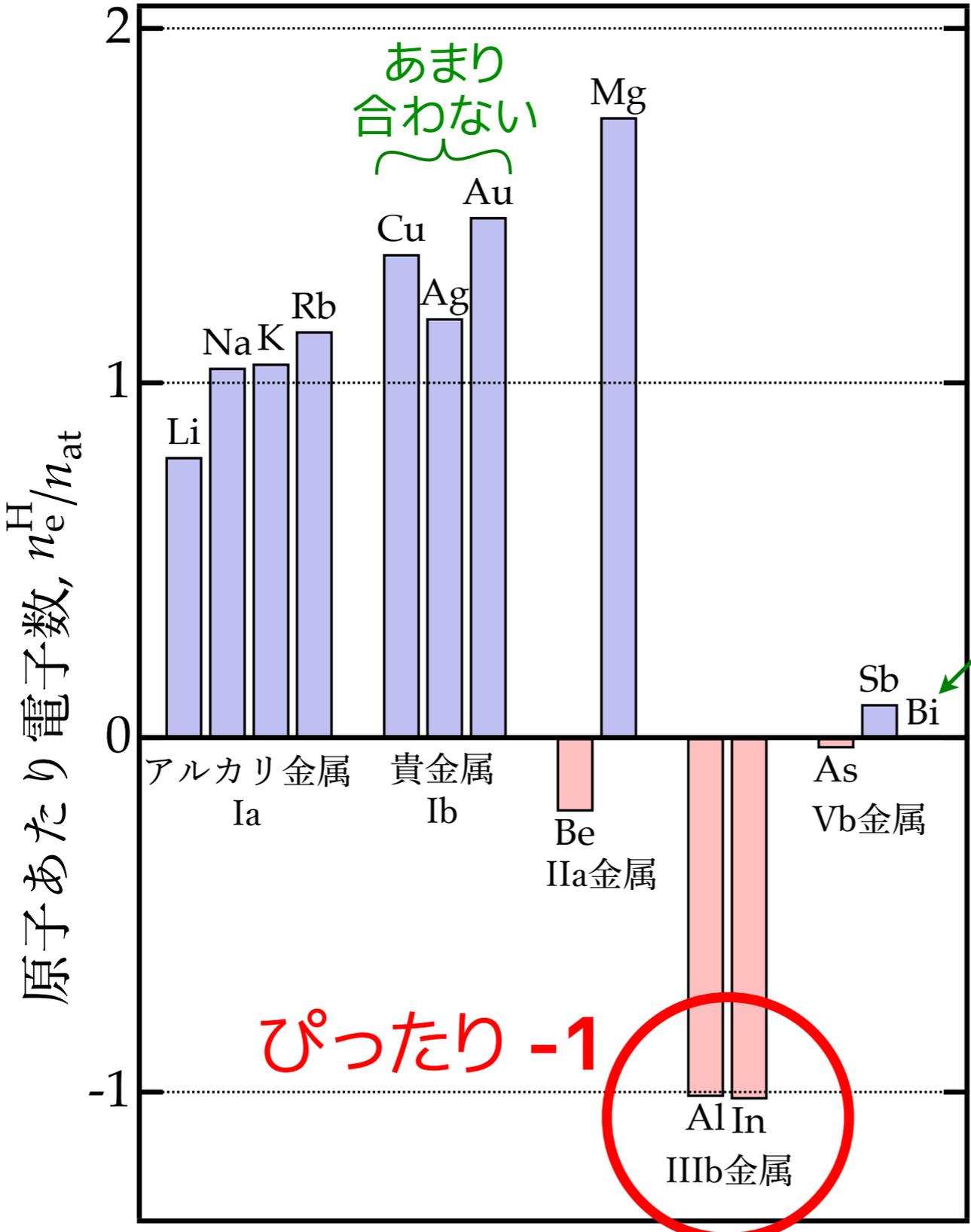
$$j_x = -en v_x = -en \frac{E_y}{B_z}$$

$$\frac{1}{R_H} = -ne$$

キャリアの種類と密度を  
実験で決定

実 験 事 実

# 価数とホール係数

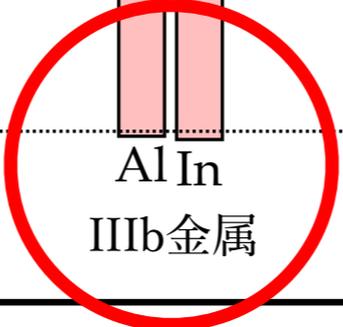


巨大なホール係数  
貴金属の約1000倍

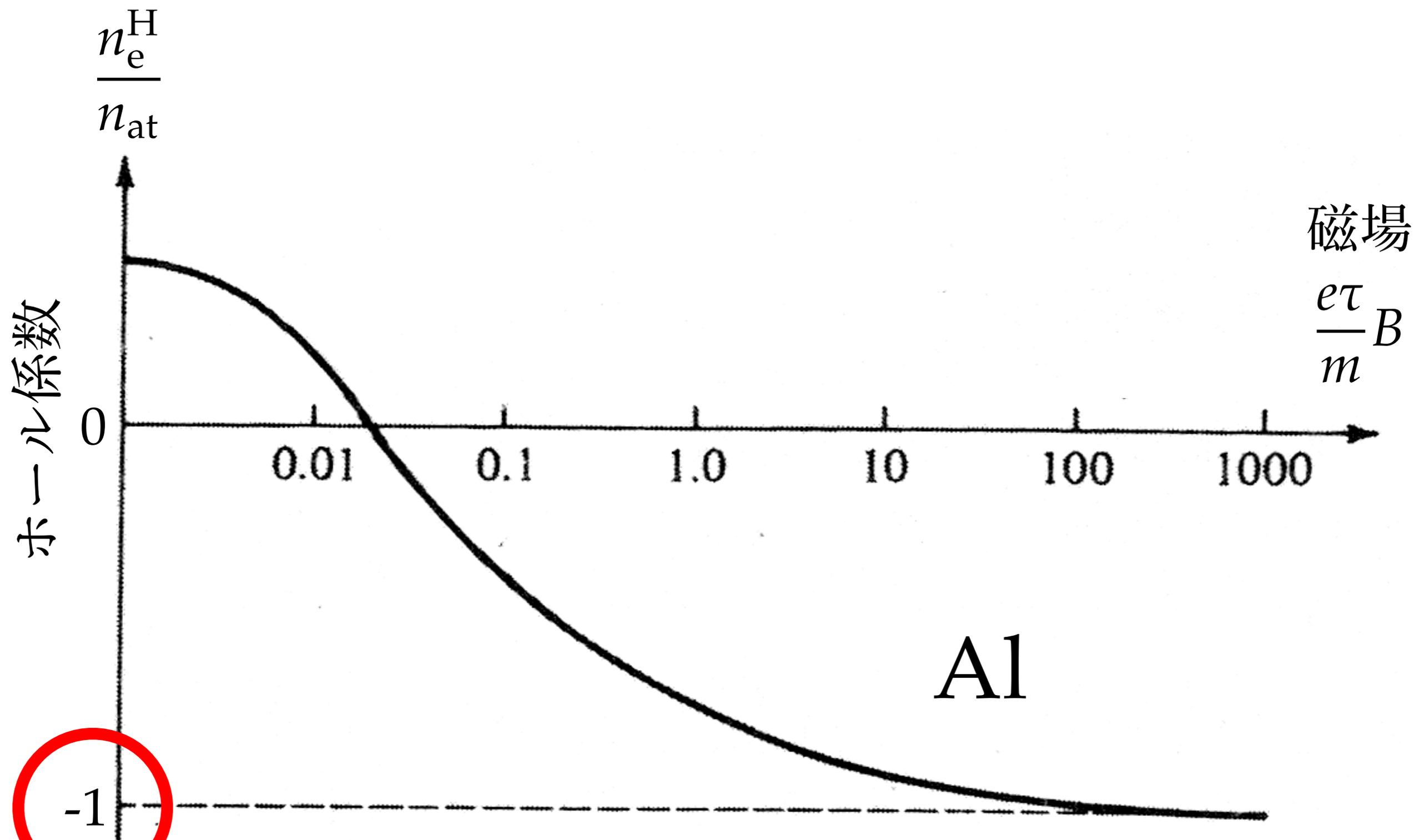
古典論の限界

なぜなのか？

ぴったり -1

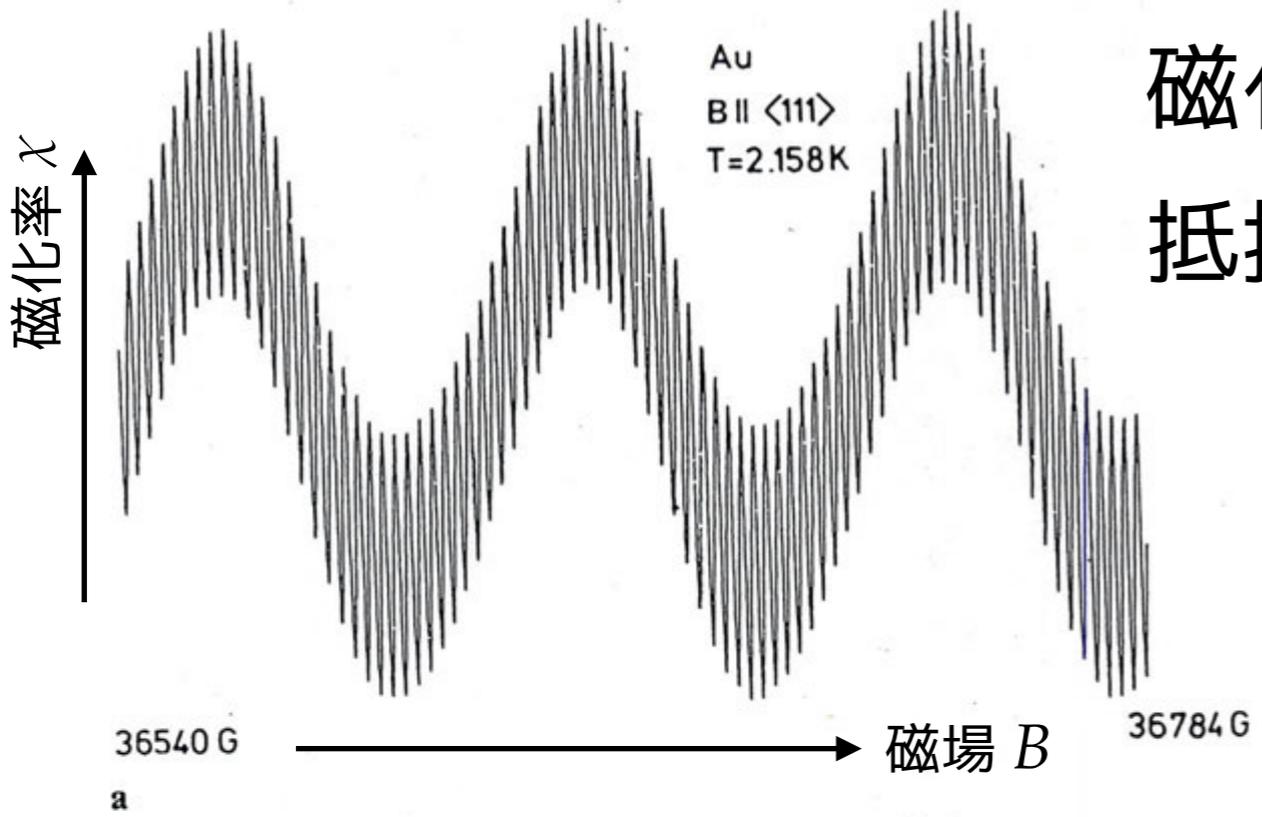


# アルミニウム Al のホール係数



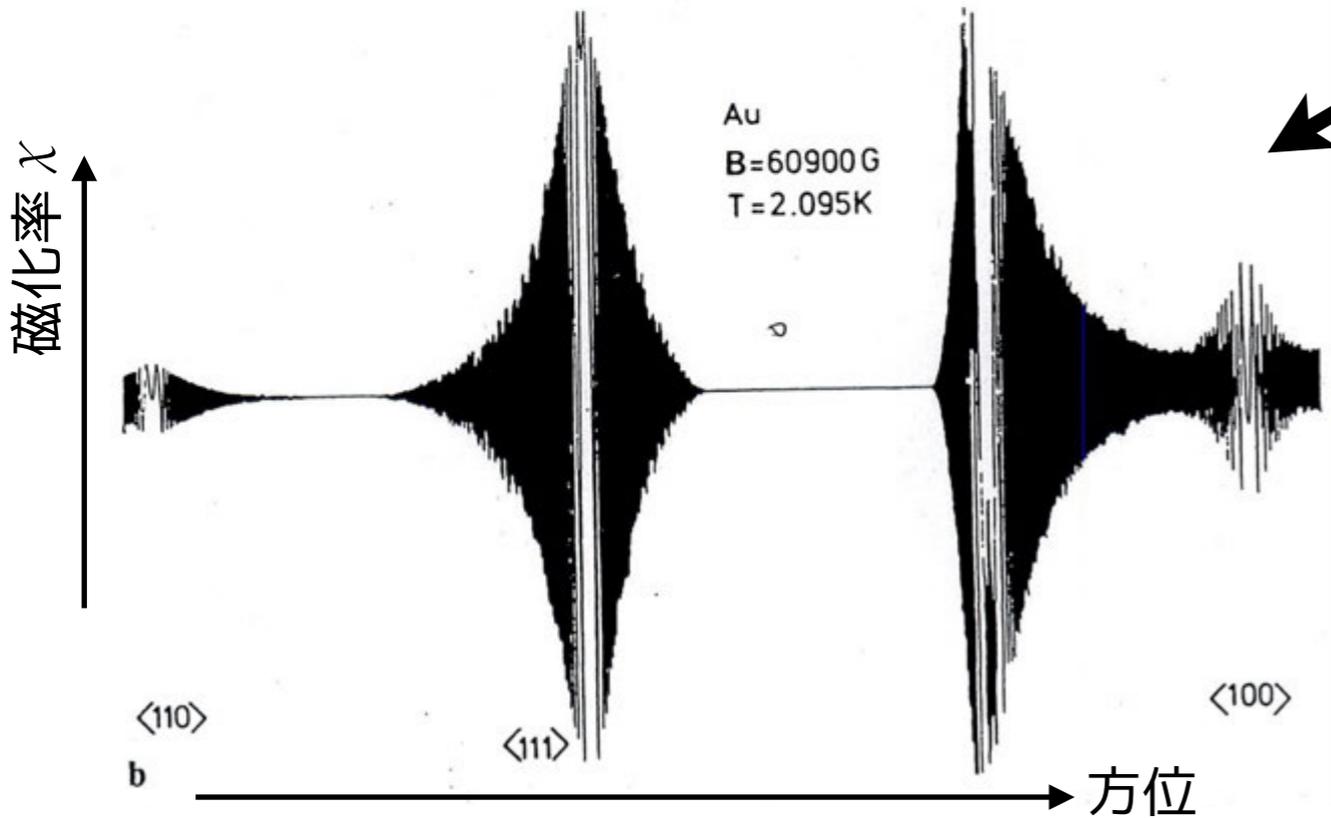
弱磁場 → 強磁場で 符号が反転!!

# 量子振動現象



磁化率: de Haas-van Alphen (dHvA)  
 抵抗率: Shubnikov-de Haas (SdH)

Au の単結晶



何じゃこりゃ？

# 課題

磁場中の  
固体が示す  
謎の物性

# 方針

# 電子の運動を 逆空間で考える

- 群速度
- 等エネルギー一面
- フェルミ三面

# 磁場中の電子の運動

$$\frac{d\mathbf{k}}{dt} = -\frac{e}{\hbar} \mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

ローレンツ力

## 逆空間の速度ベクトル

- 等エネルギー面
  - $\mathbf{B}$  に直交する平面
- 切り口の交線に沿って動く

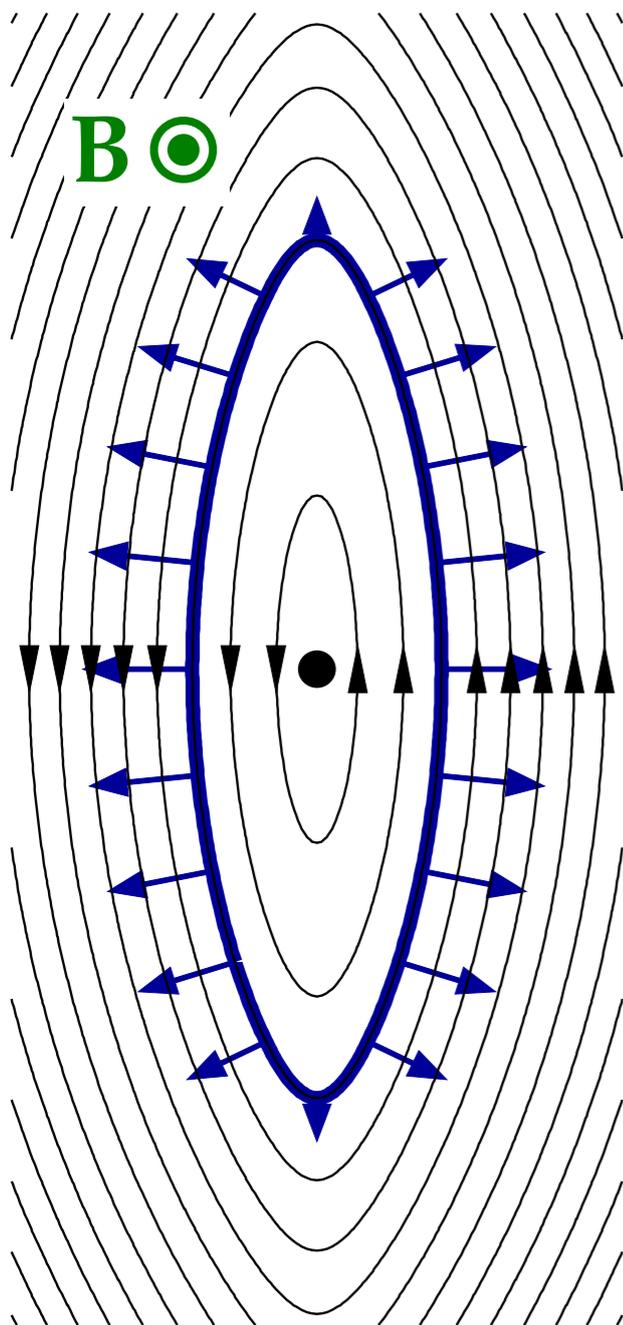
## 実空間の速度ベクトル

$$\mathbf{v}_g = \frac{1}{\hbar} \nabla_{\mathbf{k}} E$$

# 逆空間の電子の軌道

電子面

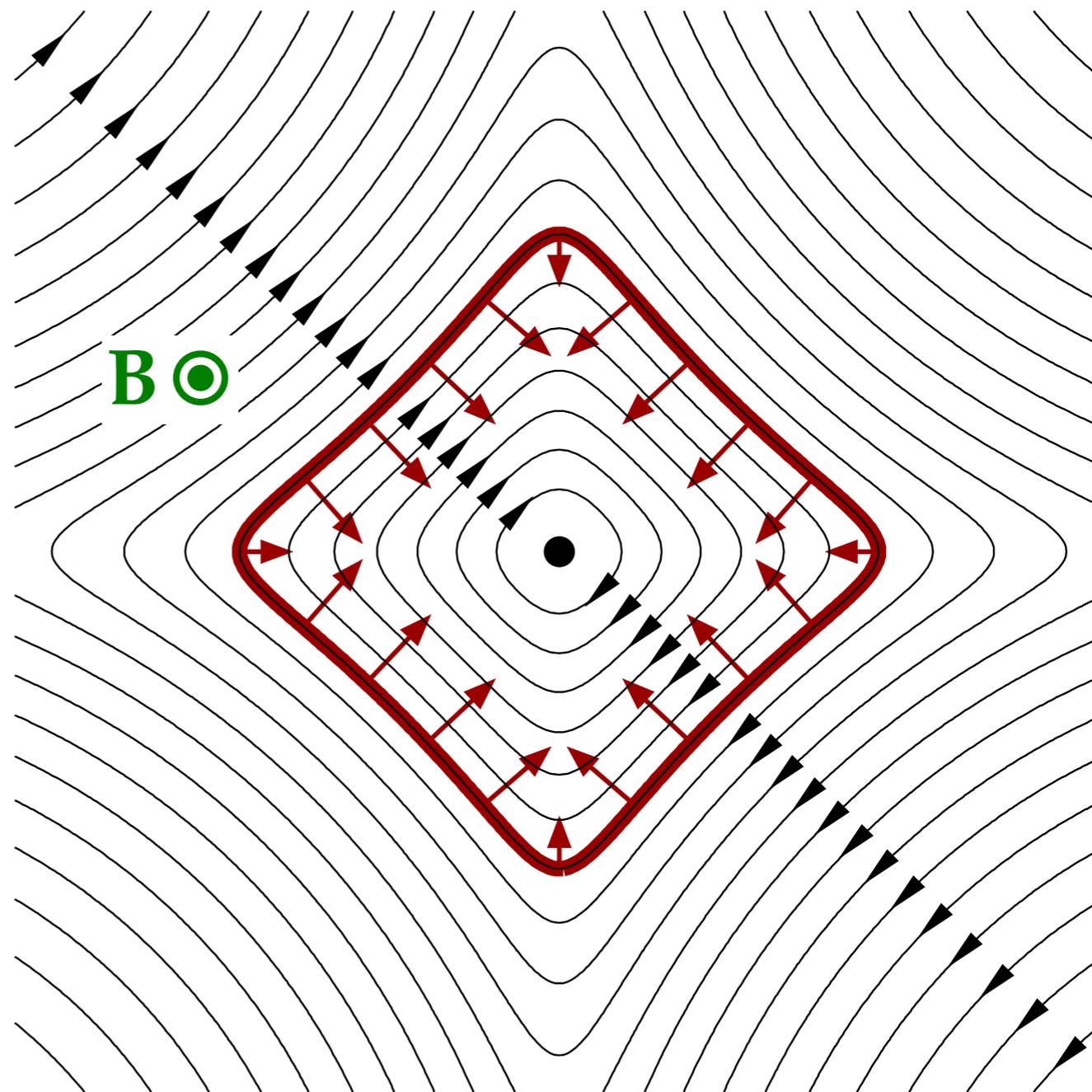
左回り



$$\frac{d\mathbf{k}}{dt} = -\frac{e}{\hbar} \mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

ホール面

右回り



# 板書

軌道運動の周期

量子振動

# 閉じ込めると離散化する

ボースの対応規則  $E_{n+1} - E_n = h\nu = \frac{h}{T}$   $T$ : 周期

可能な状態  $\frac{S}{B} = \frac{2\pi e}{\hbar} (n + \gamma)$   $n = 0, 1, 2, \dots$   
 $\gamma$ : 位相定数

$S = S_{\text{FS}}$  で  $D(E_{\text{F}})$  が増え

$S \neq S_{\text{FS}}$  で  $D(E_{\text{F}})$  が減る

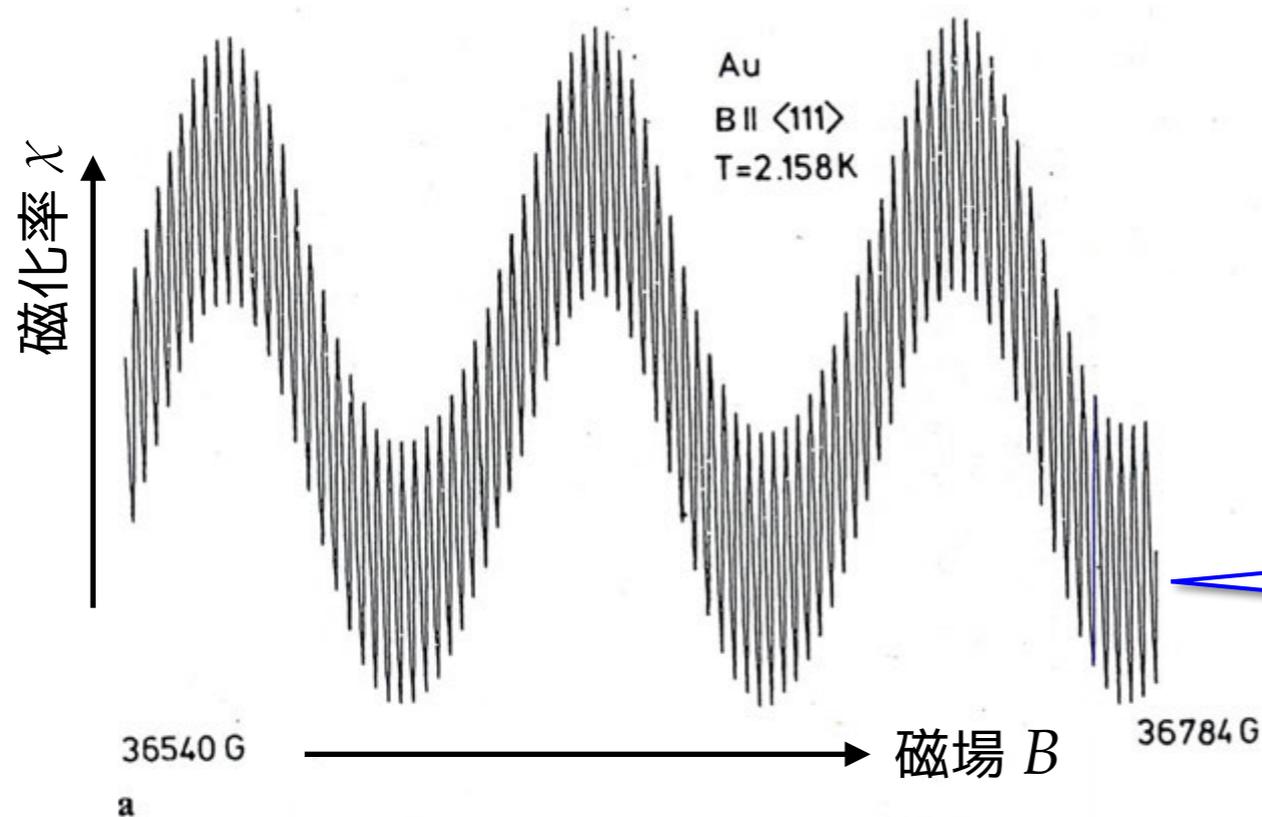
→  $B$  の変化とともに物性が振動する

量子振動

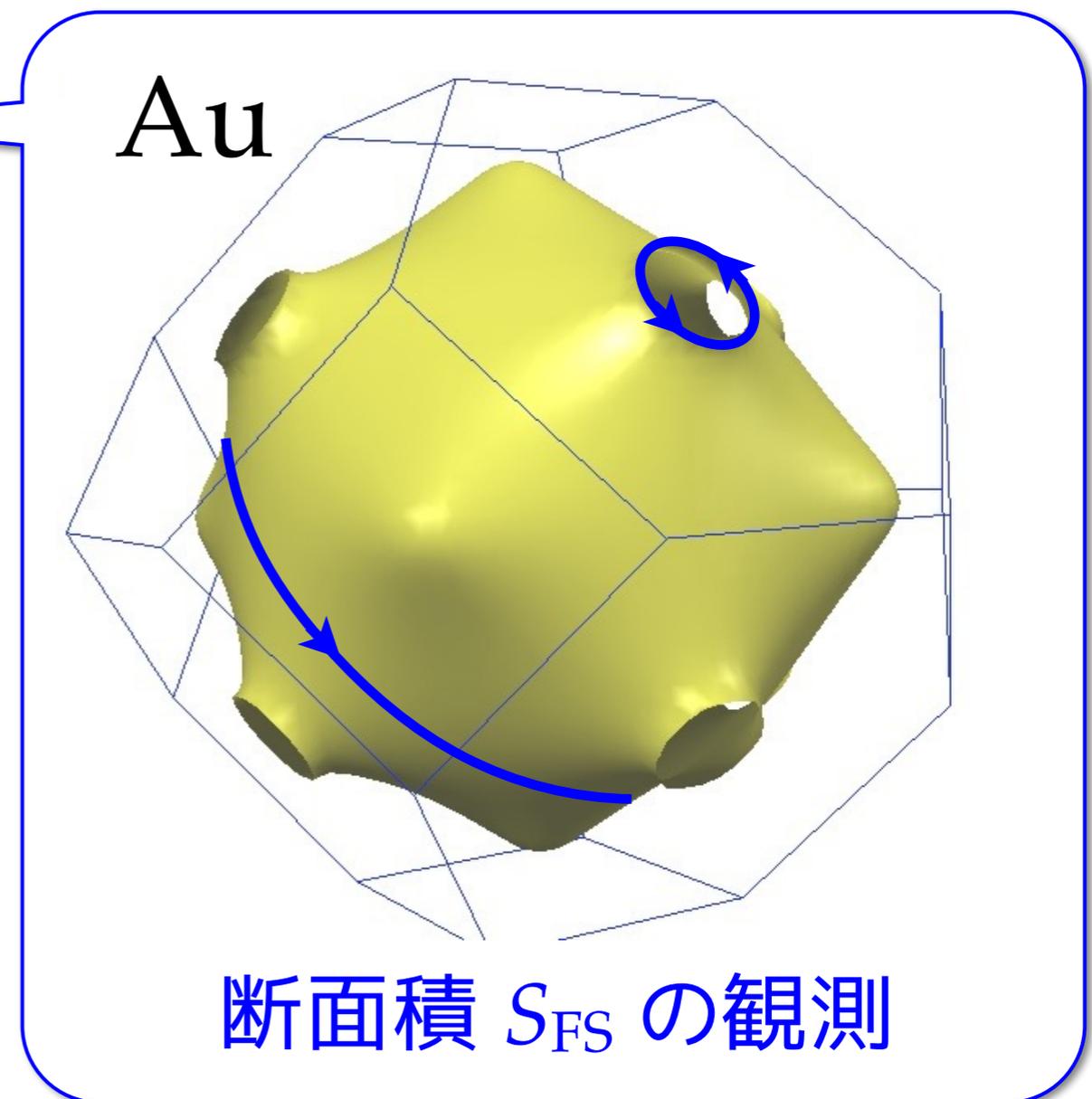
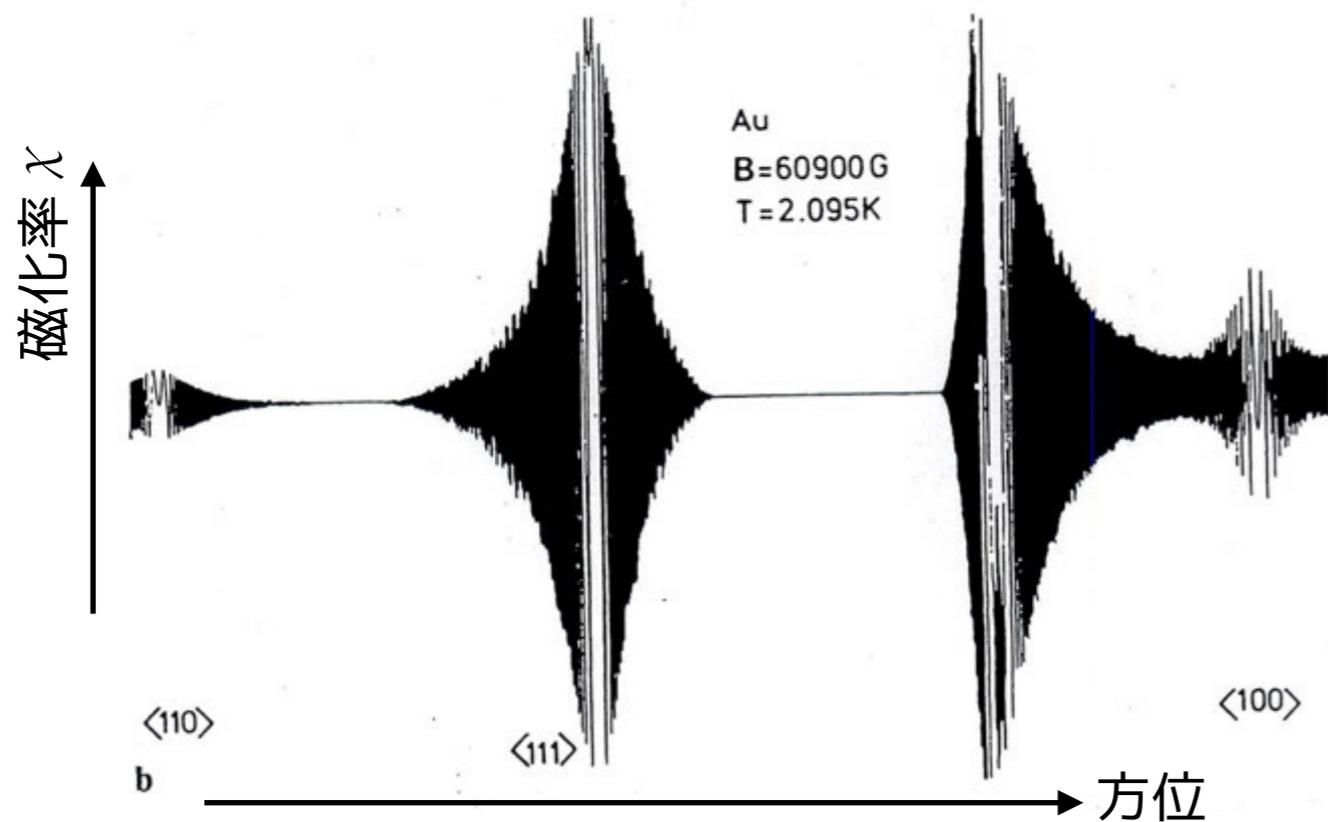
$$\frac{1}{B_{n+1}} - \frac{1}{B_n} = \frac{2\pi e}{\hbar} \cdot \frac{1}{S_{\text{FS}}}$$

フェルミ面の  
断面積  $S_{\text{FS}}$   
の観測手段

# 量子振動



$$\frac{1}{B_{n+1}} - \frac{1}{B_n} = \frac{2\pi e}{\hbar} \cdot \frac{1}{S_{\text{FS}}}$$



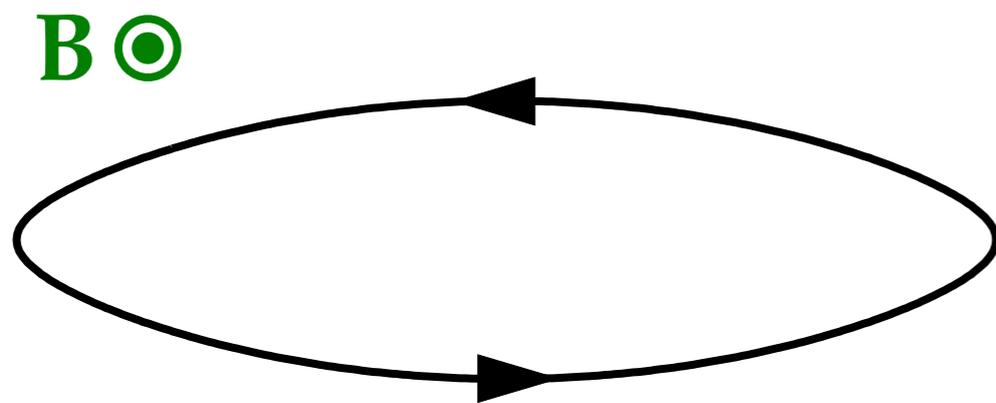
# 板書

実空間の運動

# 実空間と逆空間の軌道

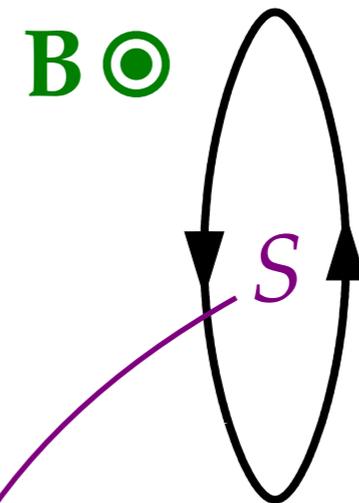
$$\mathbf{r}_{\perp}(t) - \mathbf{r}_{\perp}(0) = -\frac{\hbar}{eB^2} \mathbf{B} \times [\mathbf{k}(t) - \mathbf{k}(0)]$$

実空間



等エネルギー面を  
90°回して  $\frac{\hbar}{eB}$  倍した軌道

逆空間



等エネルギー面に沿った軌道

周期  $T = \frac{\hbar^2}{eB} \frac{\partial S}{\partial E}$

強磁場なら  $T \ll \tau$

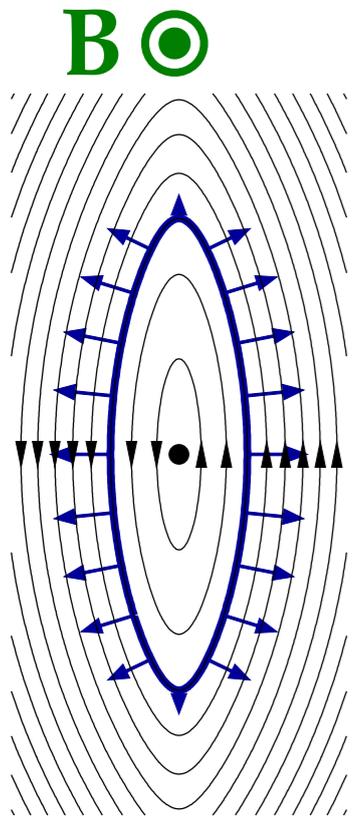
# 強磁場ホール係数

$$\mathbf{r}_{\perp}(t) - \mathbf{r}_{\perp}(0) = -\frac{\hbar}{eB} \cdot \frac{\mathbf{B}}{B} \times \underbrace{\left[ \mathbf{k}(t) - \mathbf{k}(0) \right]}_{\text{振動成分}} - \frac{\mathbf{B} \times \mathbf{E}}{B^2} t$$

等速成分

強磁場  $T \ll \tau$   
閉軌道  $\mathbf{k}(\tau) = \mathbf{k}(0)$

電流にならない



$$n = \int_{\text{BZ}} \frac{d\mathbf{k}}{4\pi^3} f(\mathbf{k})$$

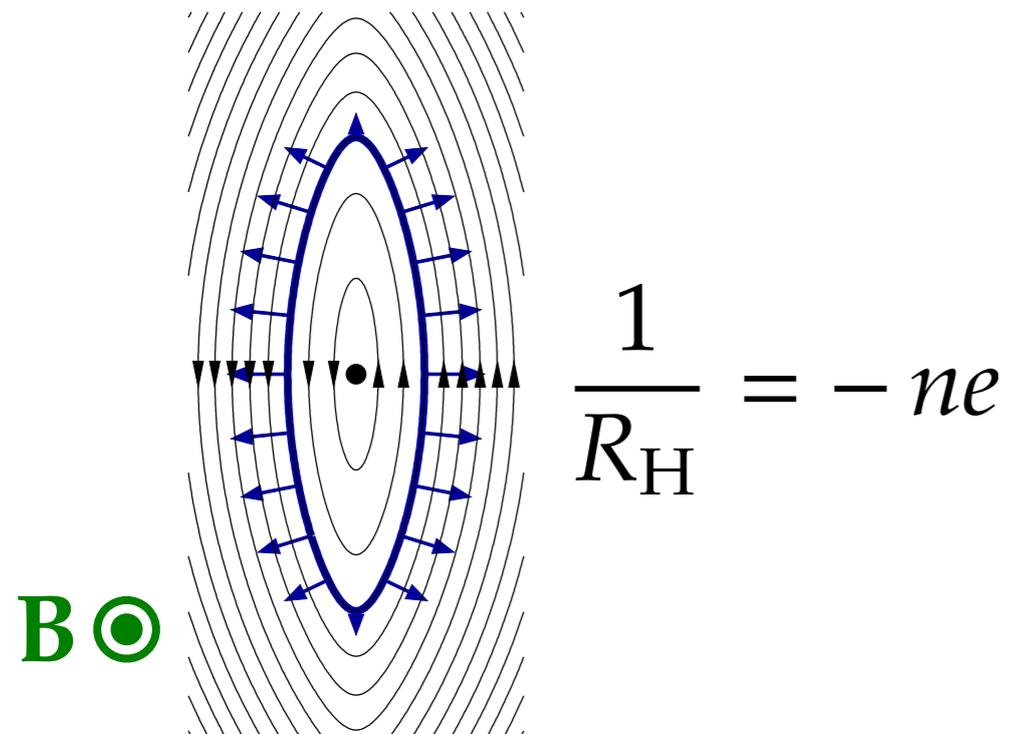
$$\lim_{\tau/T \rightarrow \infty} \mathbf{j} = -ne \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2}$$

$$\frac{1}{R_H} = -ne$$

# 電子面とホール面

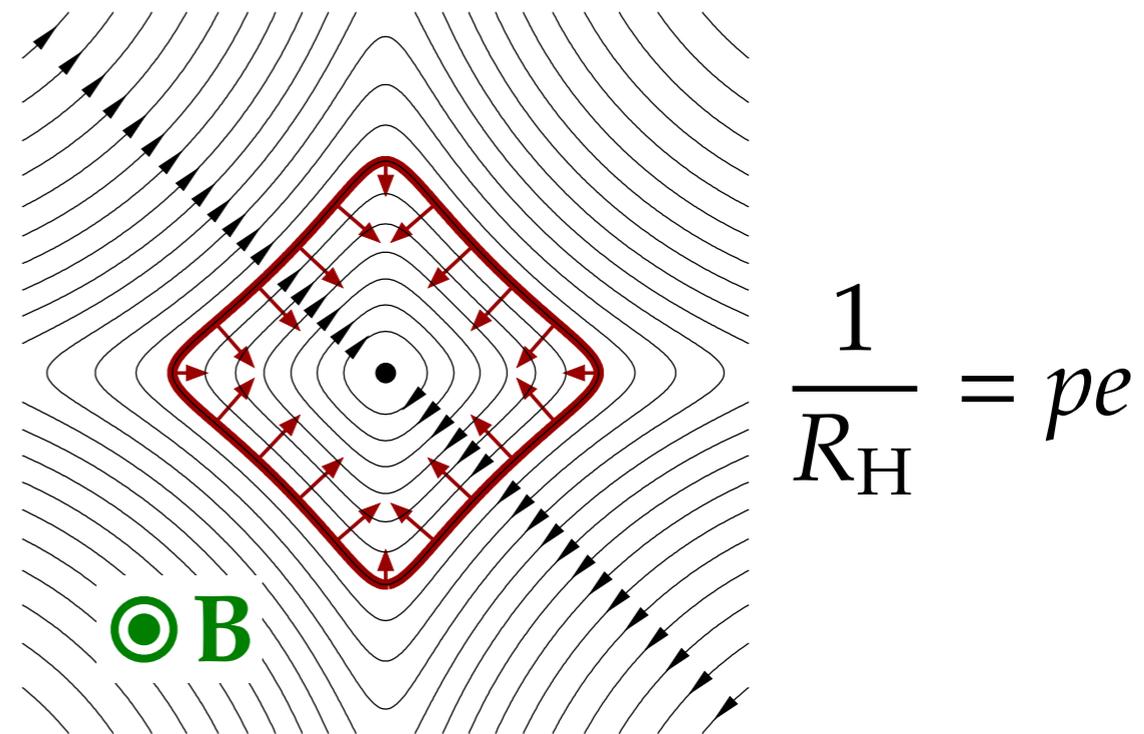
(i) 占有側が閉じた軌道

$$n = \int_{\text{BZ}} \frac{d\mathbf{k}}{4\pi^3} f(\mathbf{k})$$



(ii) 非占有側が閉じた軌道

$$p = \int_{\text{BZ}} \frac{d\mathbf{k}}{4\pi^3} [1 - f(\mathbf{k})]$$



(iii) 開いた軌道 → 磁場を強くしても消えない電流

# ホール係数の理論式

移動度  $\mu_h = e \frac{\tau_h}{m_h^*}$      $\mu_e = e \frac{\tau_e}{m_e^*}$

導出略、紹介のみ

J. M. ザイマン、「固体物性論の基礎」

松村武、「磁場中における  
電気抵抗とホール効果」

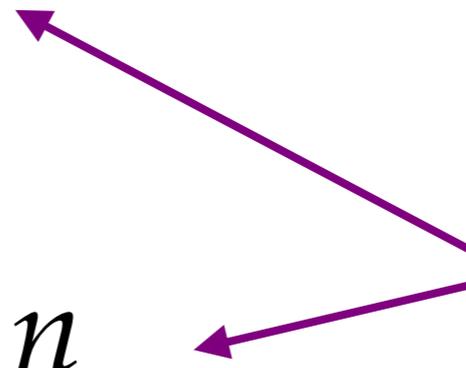
[home.hiroshima-u.ac.jp/tmatsu/Matsumura/Research\\_files/trnsprt.pdf](http://home.hiroshima-u.ac.jp/tmatsu/Matsumura/Research_files/trnsprt.pdf)

弱磁場  $\frac{1}{e R_H} = \frac{(p\mu_h + n\mu_e)^2}{p\mu_h^2 - n\mu_e^2}$

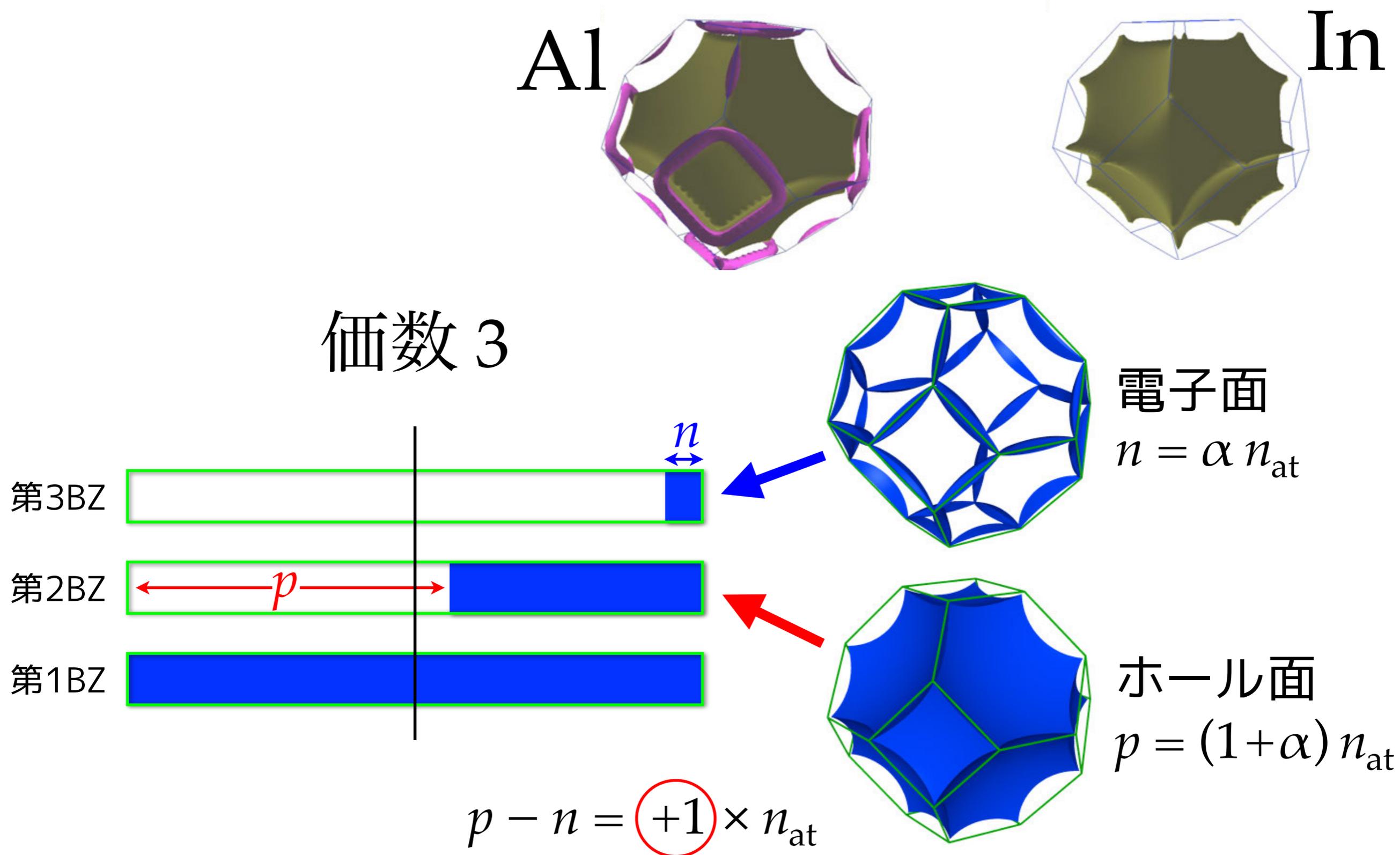
弱磁場  
 $p = 0$   $\frac{1}{e R_H} = -n$

強磁場極限  
 $T \ll \tau$   $\frac{1}{e R_H} = p - n$

古典と一致



# Al と In のホール係数

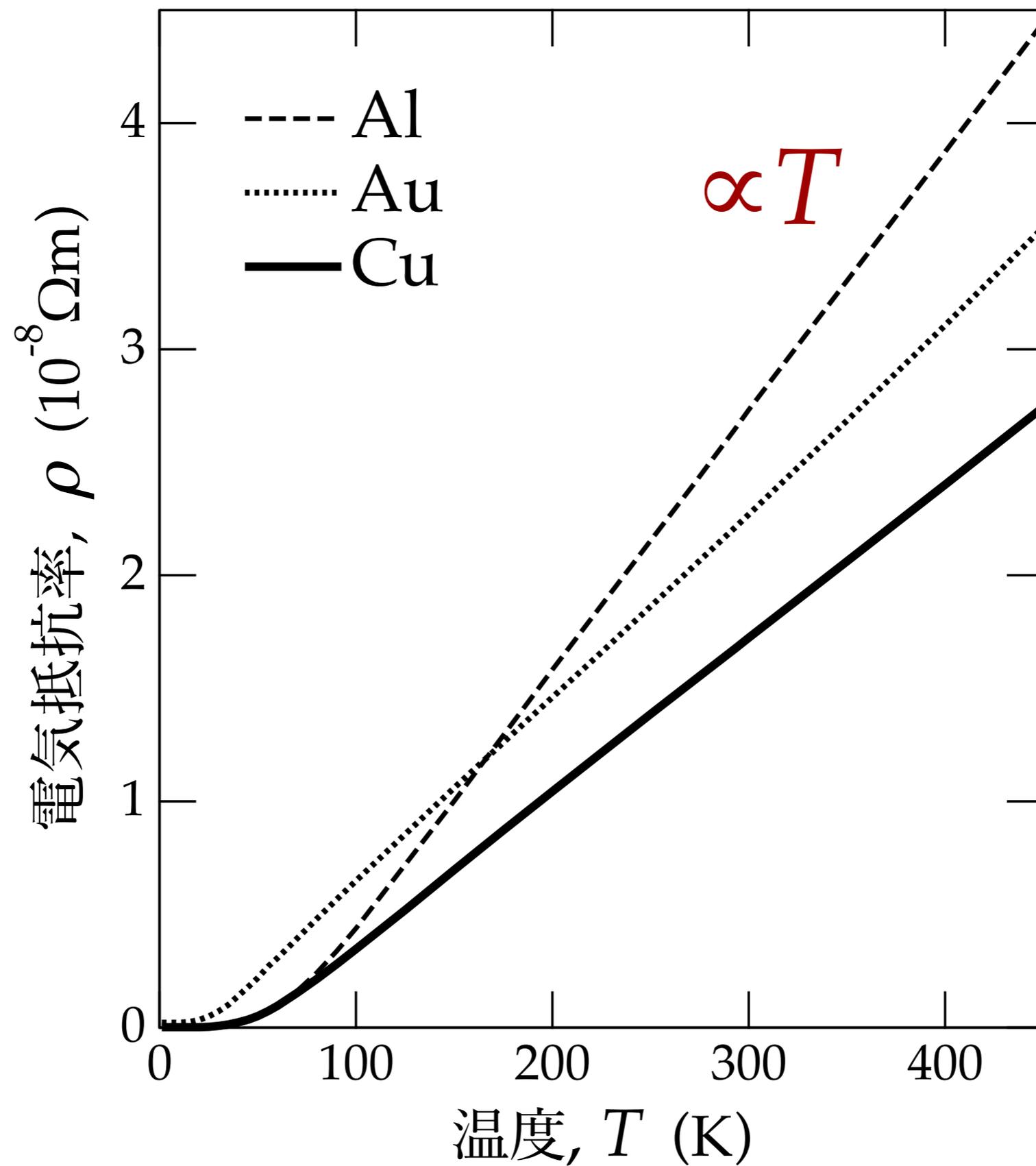


# 補足

電気抵抗のしくみ

(解説のみ)

# 金属抵抗の温度依存性



# 周期場は抵抗に寄与しない

- 周期場によるブラッグ散乱を取り込んだ固有状態が、実現する（ブロッホ状態）。
- 周期場によるブラッグ散乱は、電流を散逸せず、電気抵抗にならない（結晶運動量の保存）。
- 電流を散逸させるのは、**周期性（並進対称性）の破れ**。

# 散乱の原因

マティーンセン則

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_{\text{imp}}} + \frac{1}{\tau_{\text{ph}}} + \frac{1}{\tau_{\text{el}}}$$

不純物  
格子欠陥

定数

フォノン

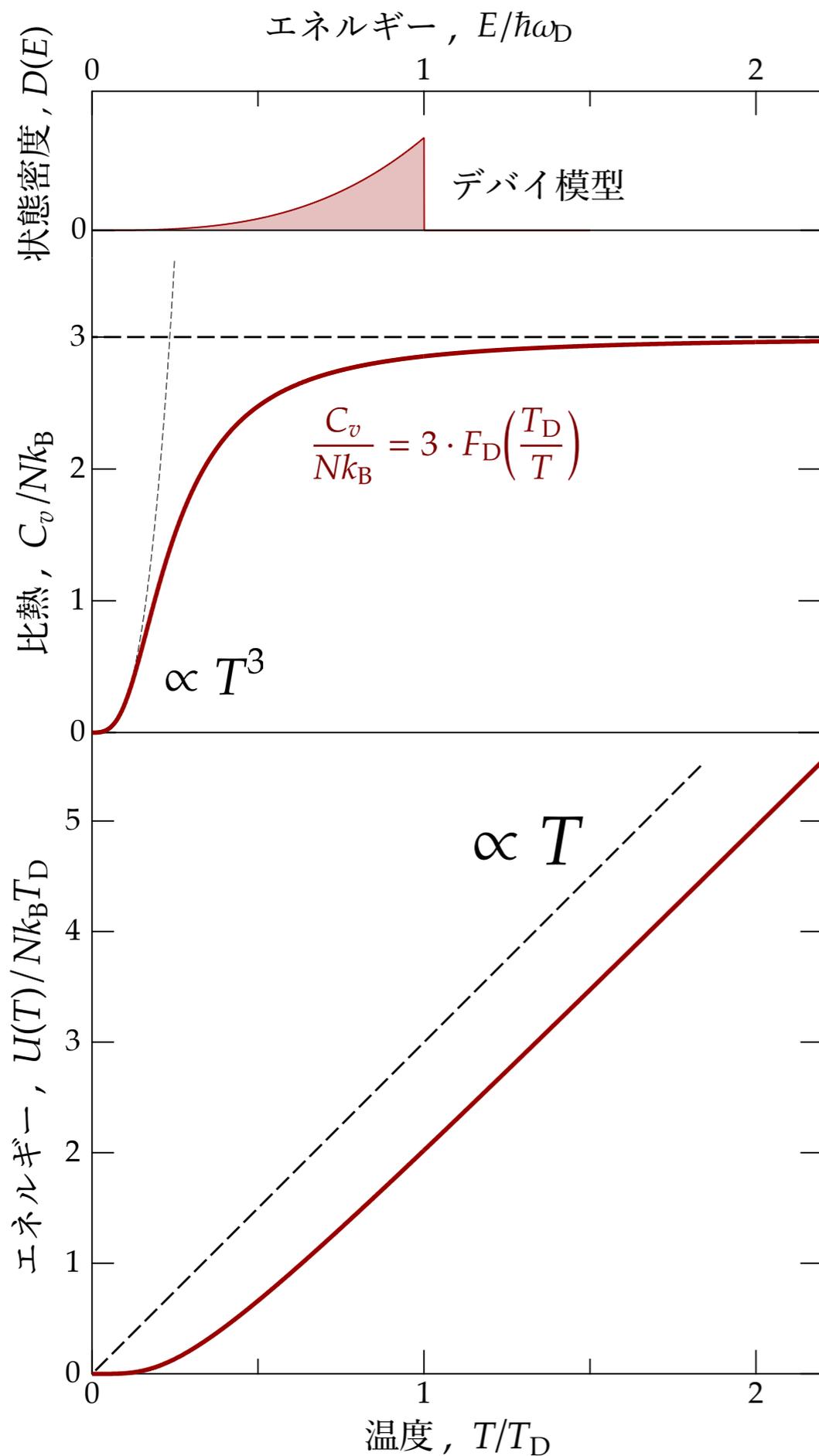
低温で  $\propto T^5$   
高温で  $\propto T$

他の電子

低温で  $\propto T^2$

典型金属では  
比較的小さい

他にも、磁気的な散乱など、多様な原因がある。



# 高温領域 ( $T \gg T_D$ )

エネルギー等分配則  
デュロン=プティ

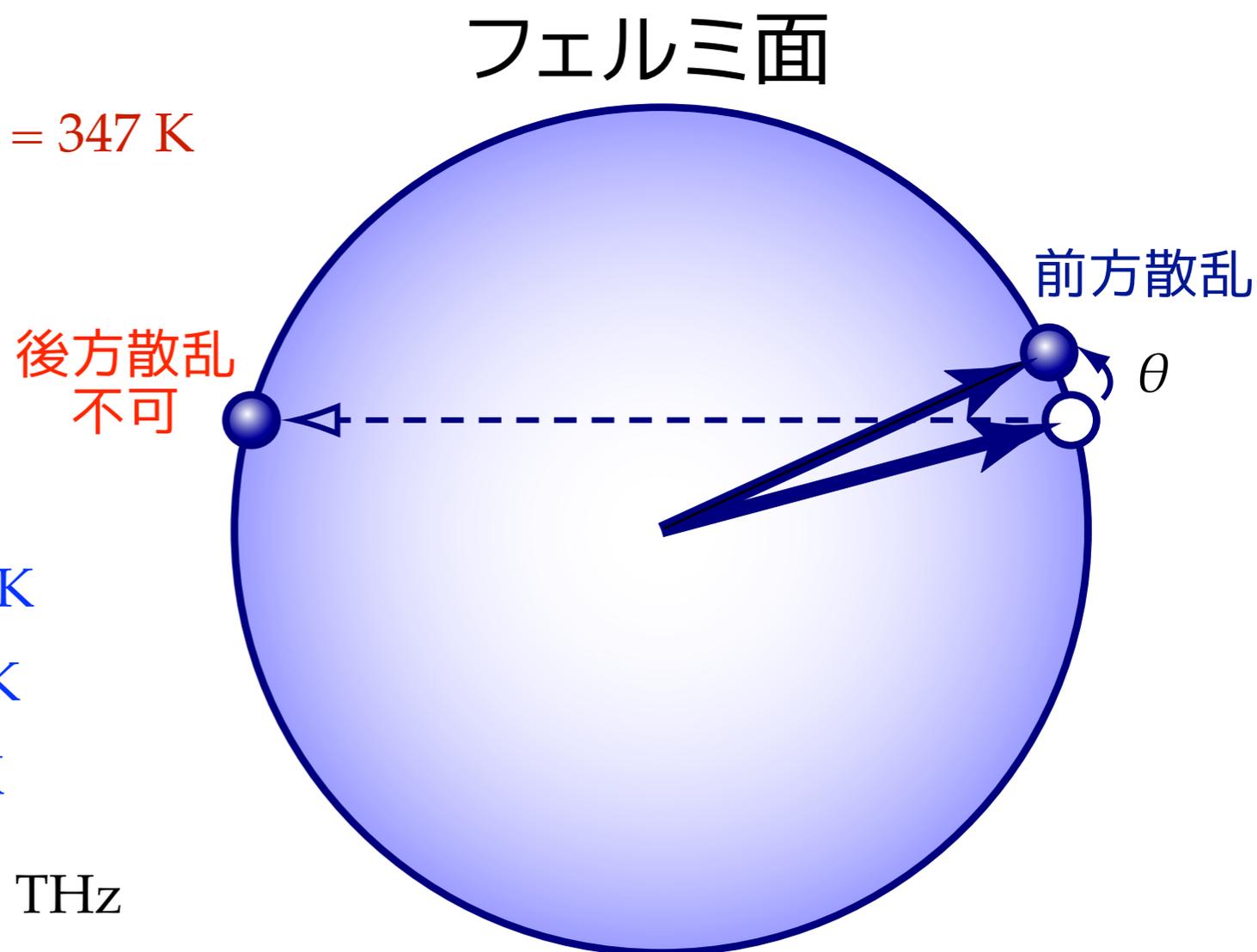
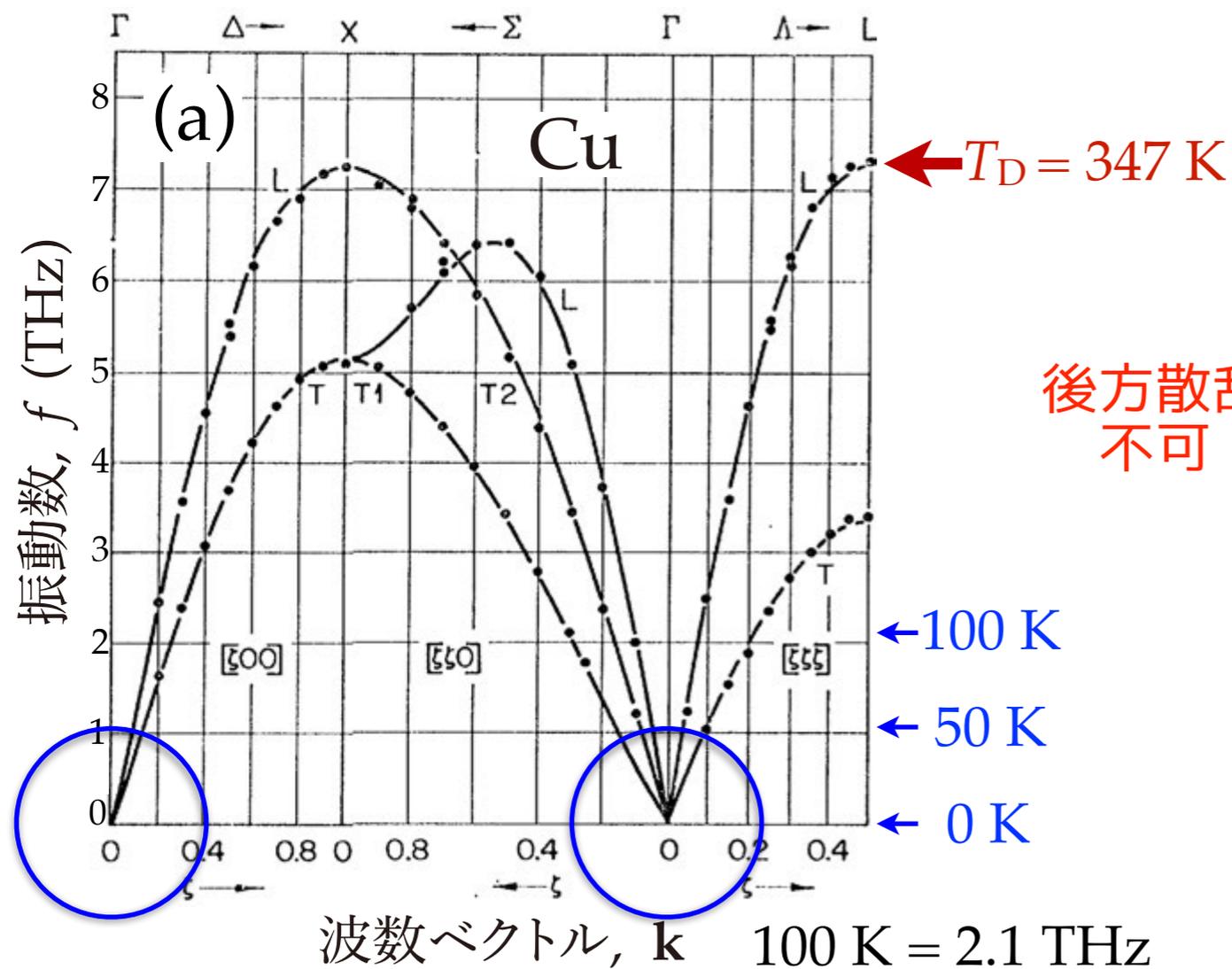
$$\langle \Delta x^2 \rangle = \frac{1}{2} U(T) \propto T$$

格子振動  
振幅の二乗

格子振動のエネルギー  
励起されたフォノンの数

$$\rho_{\text{ph}} \propto T$$

# 低温領域 ( $T \ll T_D$ )



- 後方散乱不可。  $k \sim 0$  フォノンによる前方散乱のみ。
- 散乱回数あたりの、電気抵抗への寄与が低下。
- 散乱角を  $\theta$  とおくと、重みは  $1 - \cos\theta \sim \theta^2$ 。

# ブロッホ=グリューナインゼンの式

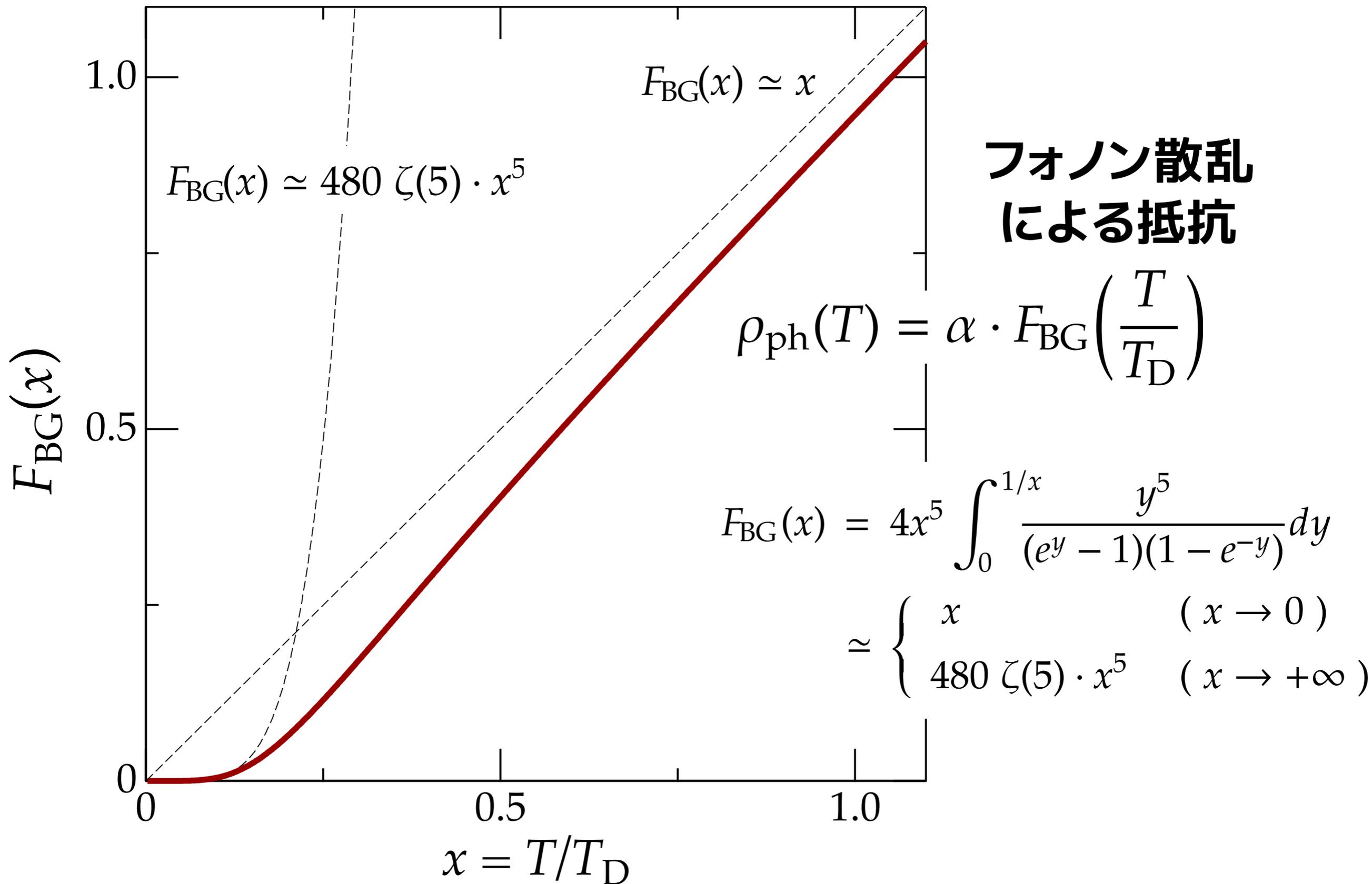
$$\rho_{\text{ph}}(T) = \alpha \cdot F_{\text{BG}}\left(\frac{T}{T_{\text{D}}}\right)$$

$$F_{\text{BG}}(x) = 4x^5 \int_0^{1/x} \frac{y^5}{(e^y - 1)(1 - e^{-y})} dy$$

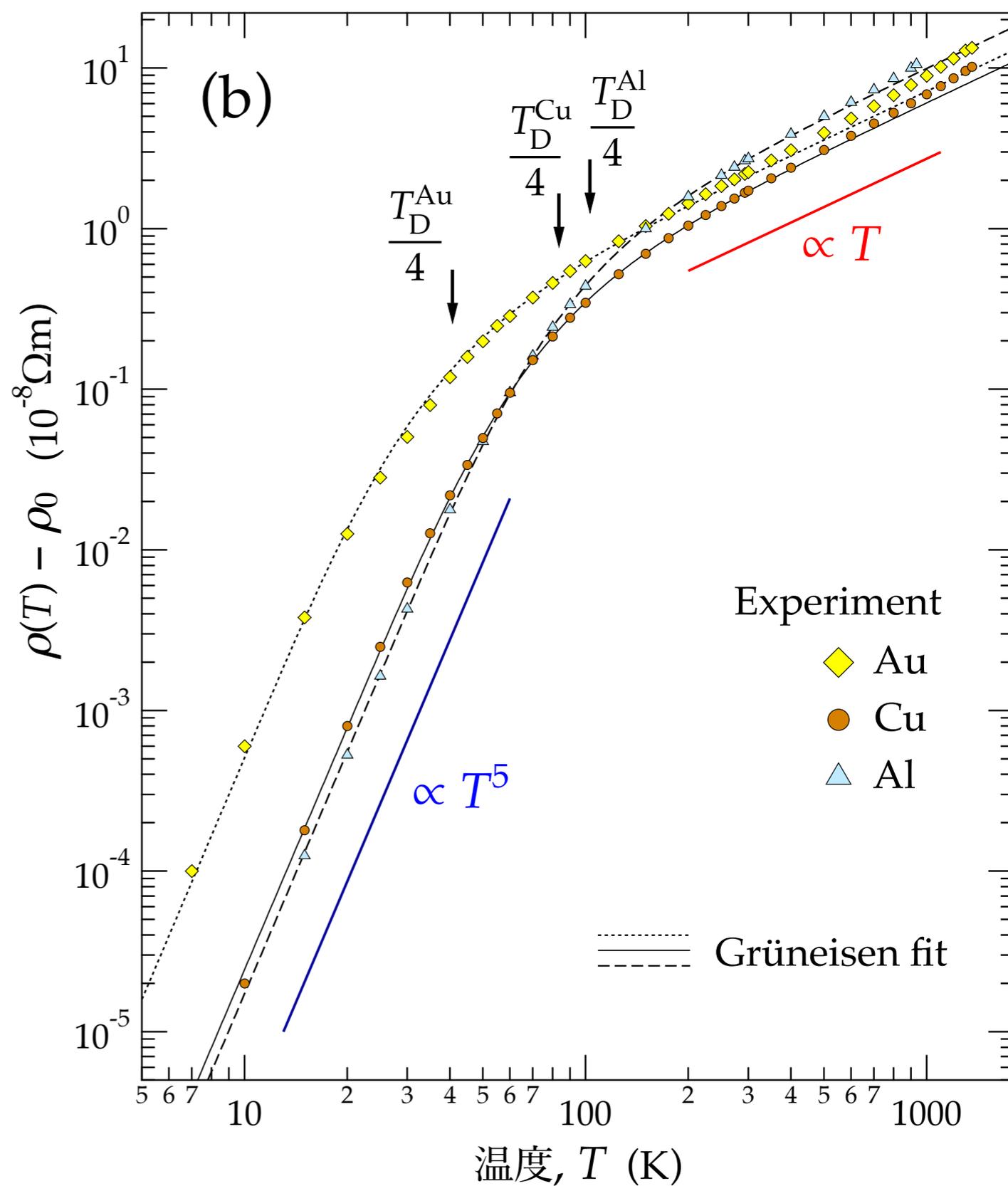
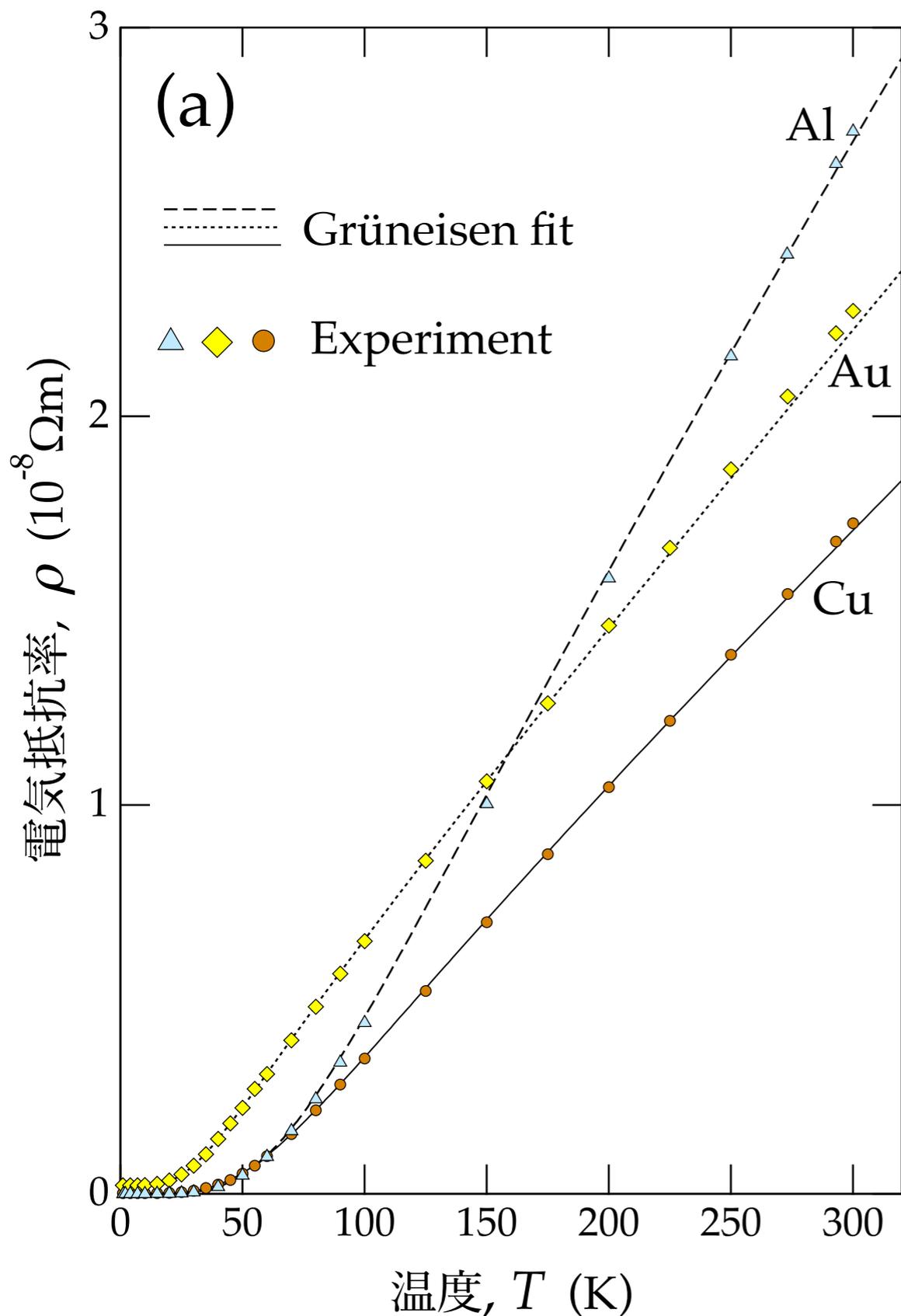
$$\approx \begin{cases} x & (x \rightarrow 0) \\ 480 \zeta(5) \cdot x^5 & (x \rightarrow +\infty) \end{cases}$$

低温の  $\propto T^5$  則と、高温の  $\propto T$  則を再現する理論式

# グリューナイゼン関数

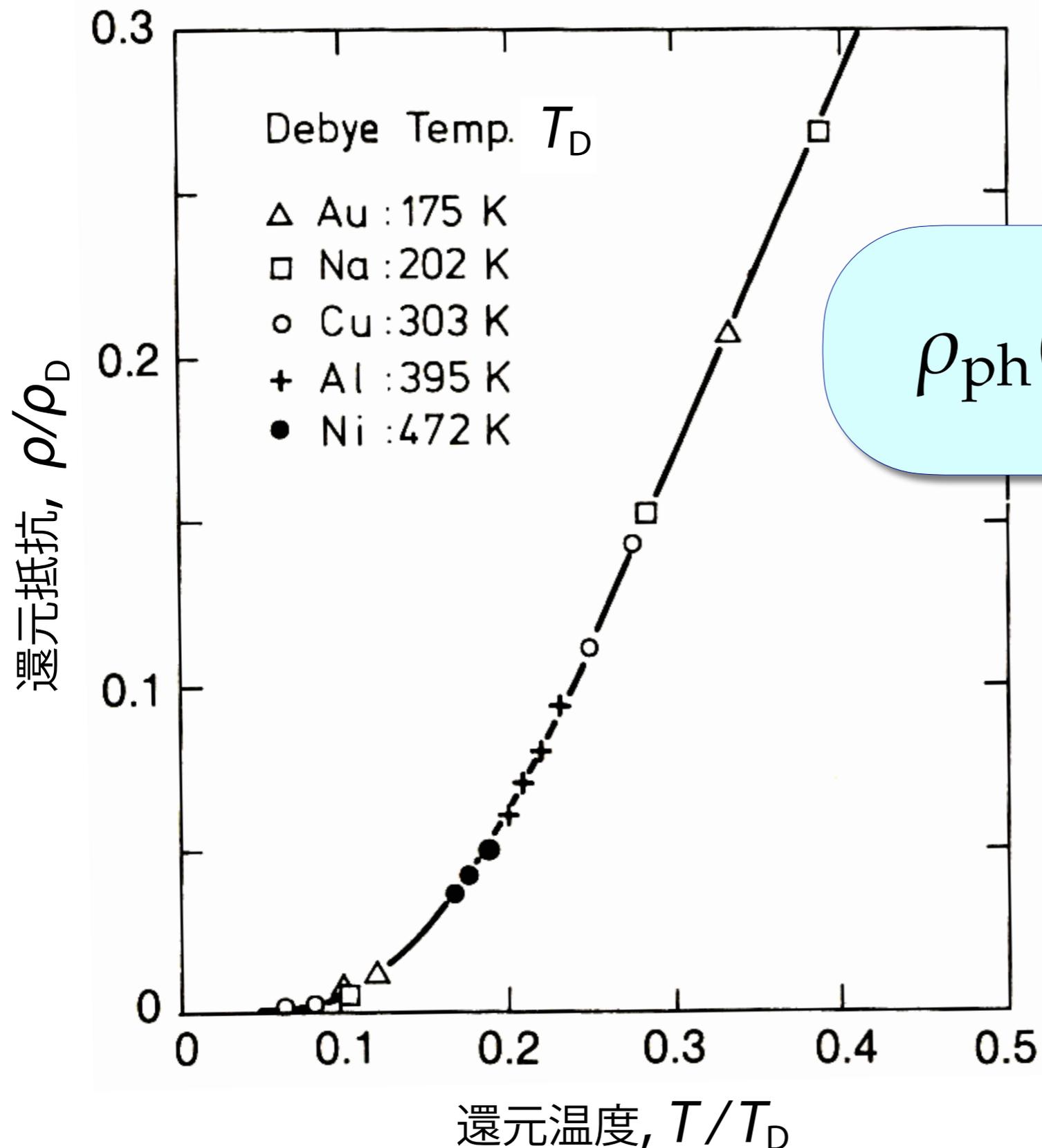


# グリューナイズン関数との比較



# フォノンによる抵抗の普遍曲線

主に、sp 電子系で有効。



$$\rho_{\text{ph}}(T) = \alpha \cdot F_{\text{BG}}\left(\frac{T}{T_D}\right)$$

現実の金属では、  
フォノン以外の散乱が、大きい。

- 電子-電子散乱
- 磁気散乱
- 近藤効果

# まとめ

量子振動  $\frac{1}{B_{n+1}} - \frac{1}{B_n} = \frac{2\pi e}{\hbar} \cdot \frac{1}{S_{\text{FS}}}$   
フェルミ面の断面積

強磁場ホール係数  $\frac{1}{R_H} = (p - n) e$   
キャリアー密度

高温フォノン抵抗  $\rho_{\text{ph}} \propto T$

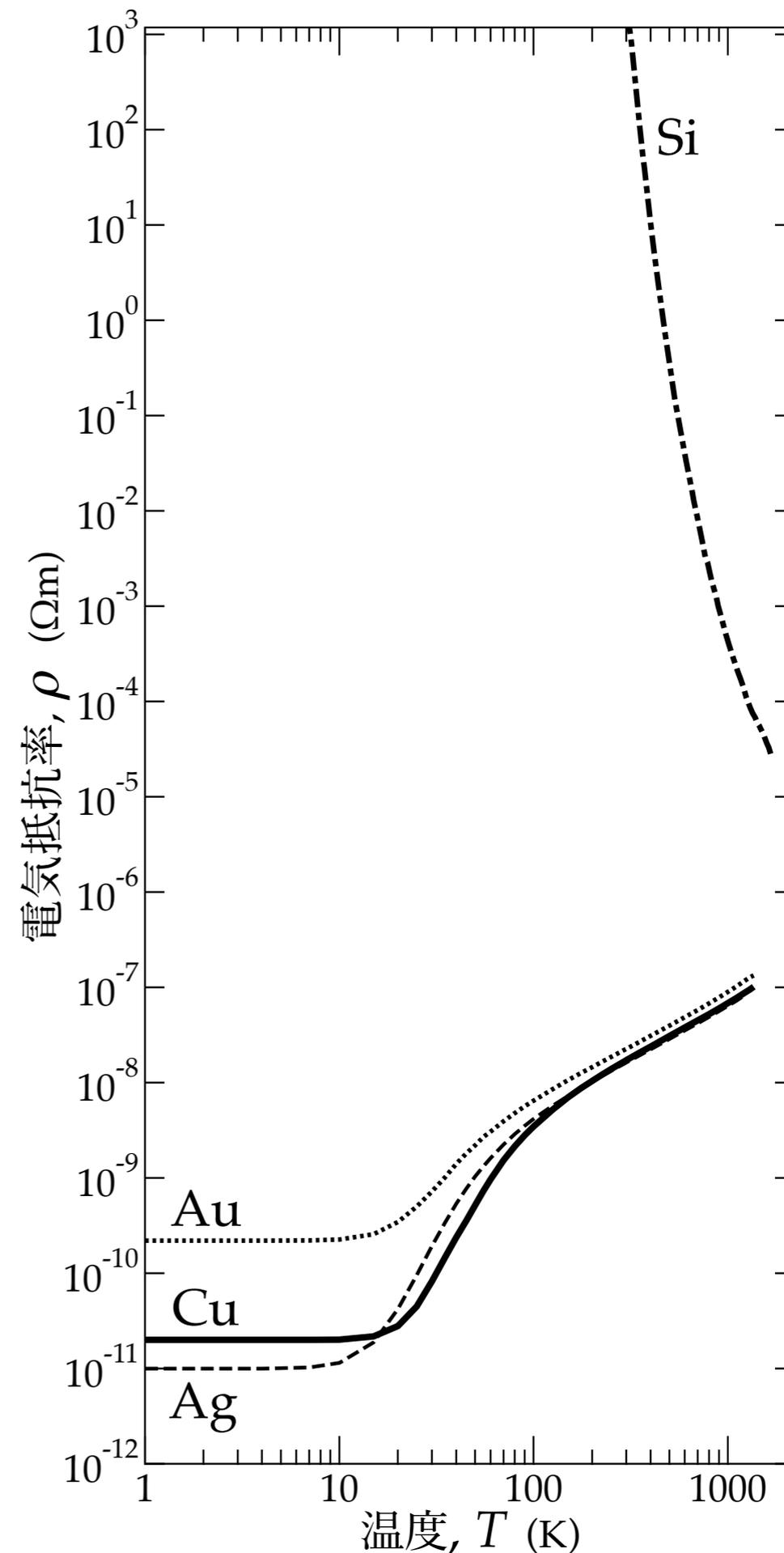
# 残された謎

半導体 (Si, Ge など) は、  
フェルミ面が無く、 $n = 0$ 。

**微弱な電流の担い手？**

一般に、散乱確率は  
温度とともに増大する。

**なぜ、半導体の抵抗は、  
温度とともに低下するのか？**



次回

**そして誰もいなくなった...**

第11講 半導体

次回

# 真空、からの 対生成

第11講 半導体

次回

# 刺激に敏感な物質

第11講 半導体