固体物理学1

第2講

伝導電子の古典論

~~ 誰が電流を運ぶのか、誰が電流を散らすのか ~~

広島大学　井野明洋

居室：理D205、放射光セ408

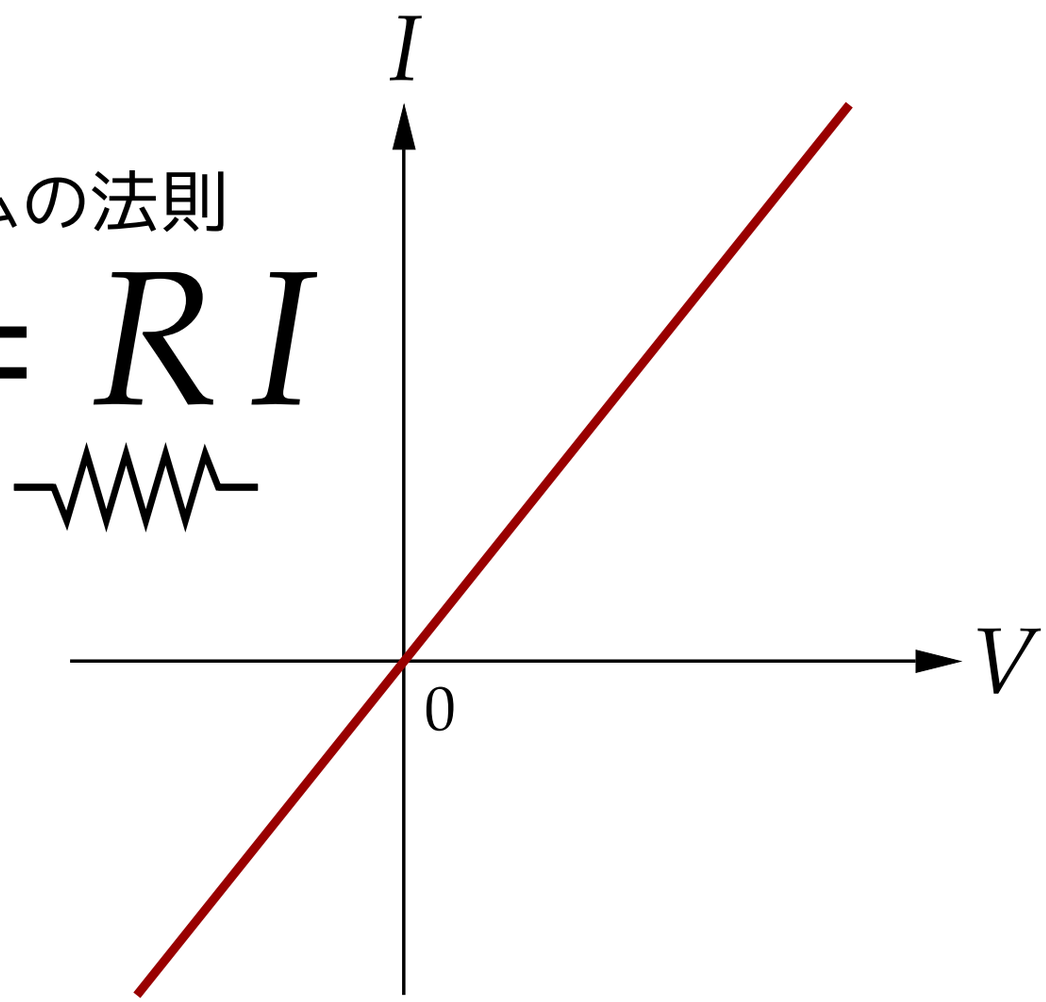
実験事実

電気伝導

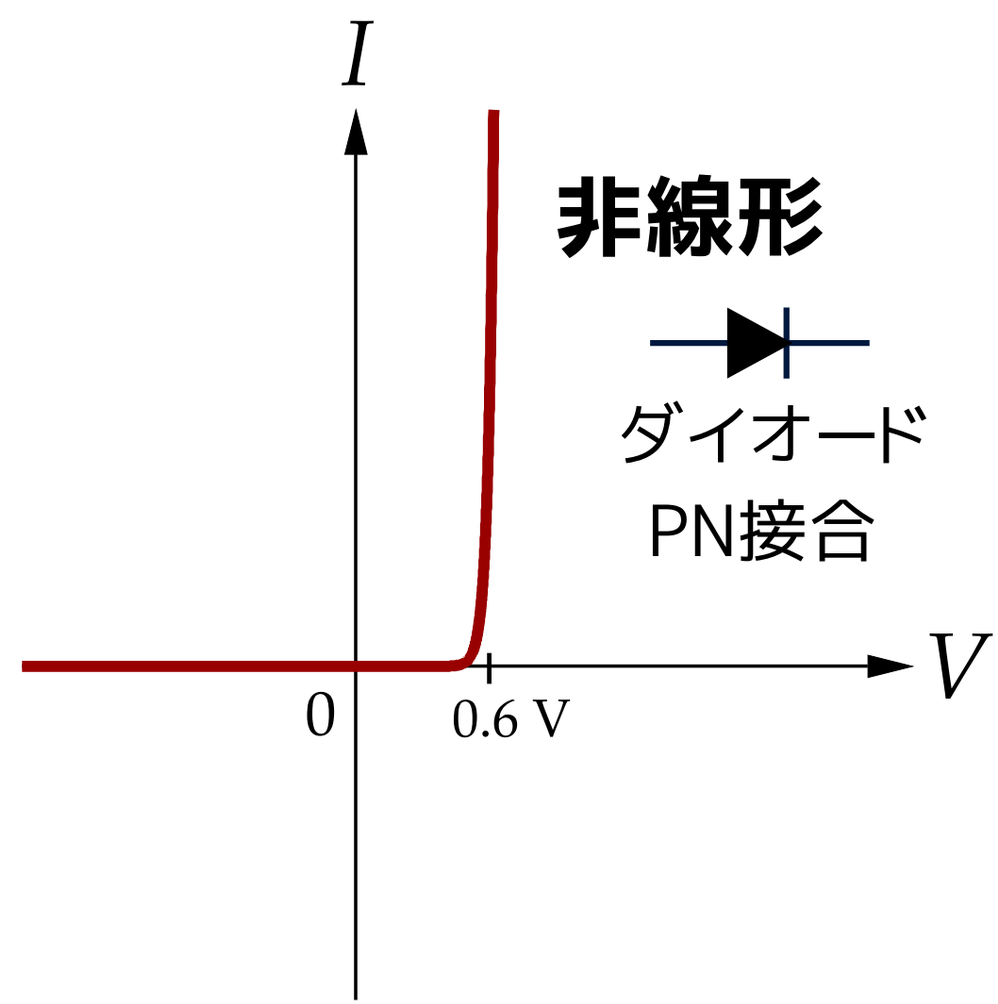
通常の固体

オームの法則

$$V = RI$$



特殊な例



非線形

ダイオード

PN接合

なぜ比例するのか？　微視的に理解したい。

オームの法則は、**決して自明ではない。**

抵抗率と伝導率

ツボQ1,2,3

抵抗 $R\,[\Omega]$

$$R\,I = V$$

形状因子を分離 $R = \dfrac{\ell\rho}{S} = \dfrac{\ell}{S\sigma}$

抵抗率 $\rho\,[\Omega\mathrm{m}]$

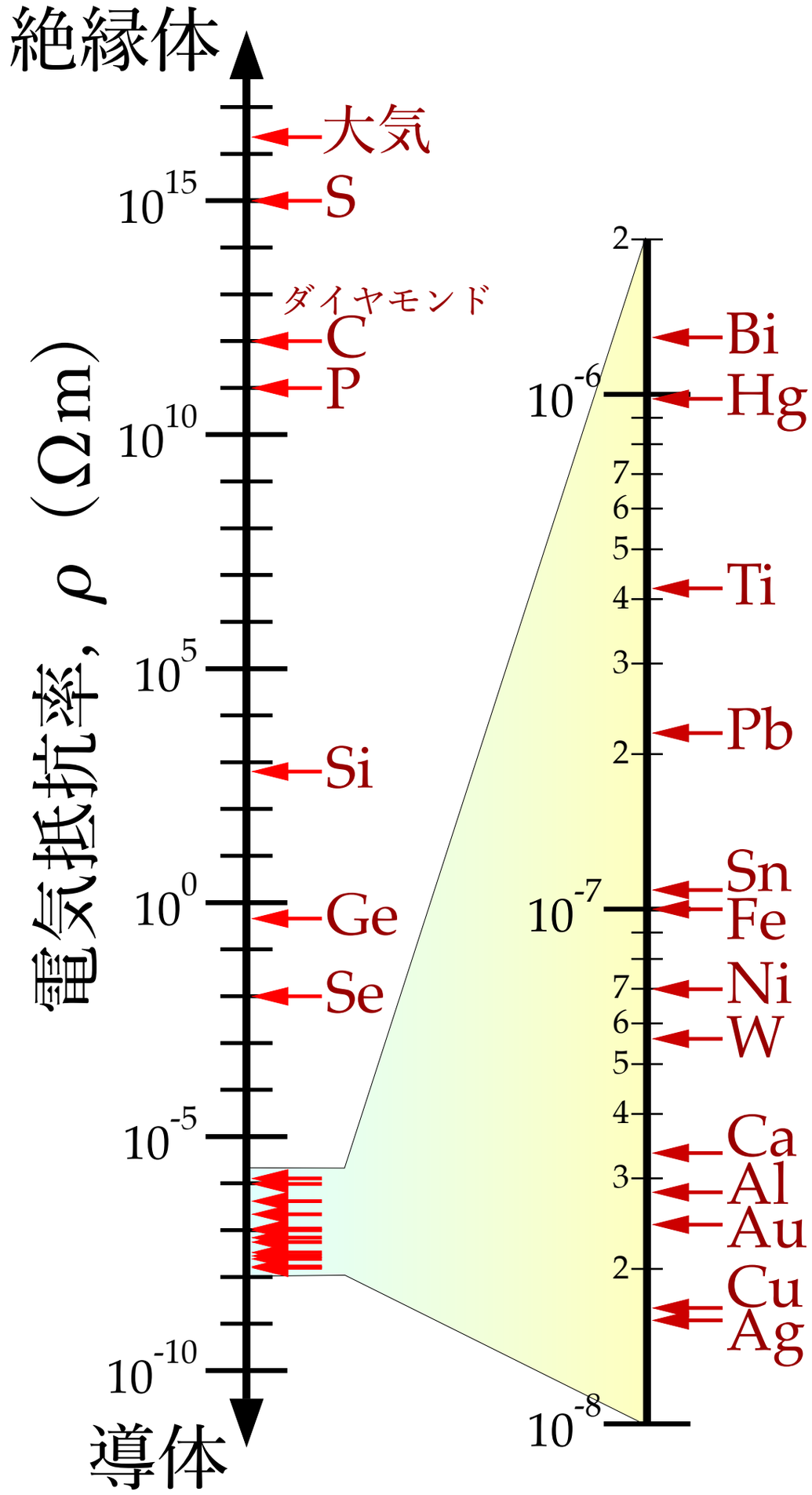
$$\rho\,\mathbf{j} = \mathbf{E}$$

物質固有の性質 $\rho = \dfrac{1}{\sigma}$

伝導率 $\sigma\,[/\Omega\mathrm{m}]$

$$\mathbf{j} = \sigma\mathbf{E}$$

物質固有の抵抗率



$$\mathbf{E} = \rho \mathbf{j}$$

オームの法則の微分表現

金属 と 絶縁体

なぜ違うのか？

抵抗率を決める要因は？

電流と熱流

単位時間、単位面積を通過する

電荷 → 電流密度 $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} = -\sigma \nabla V$

オームの法則

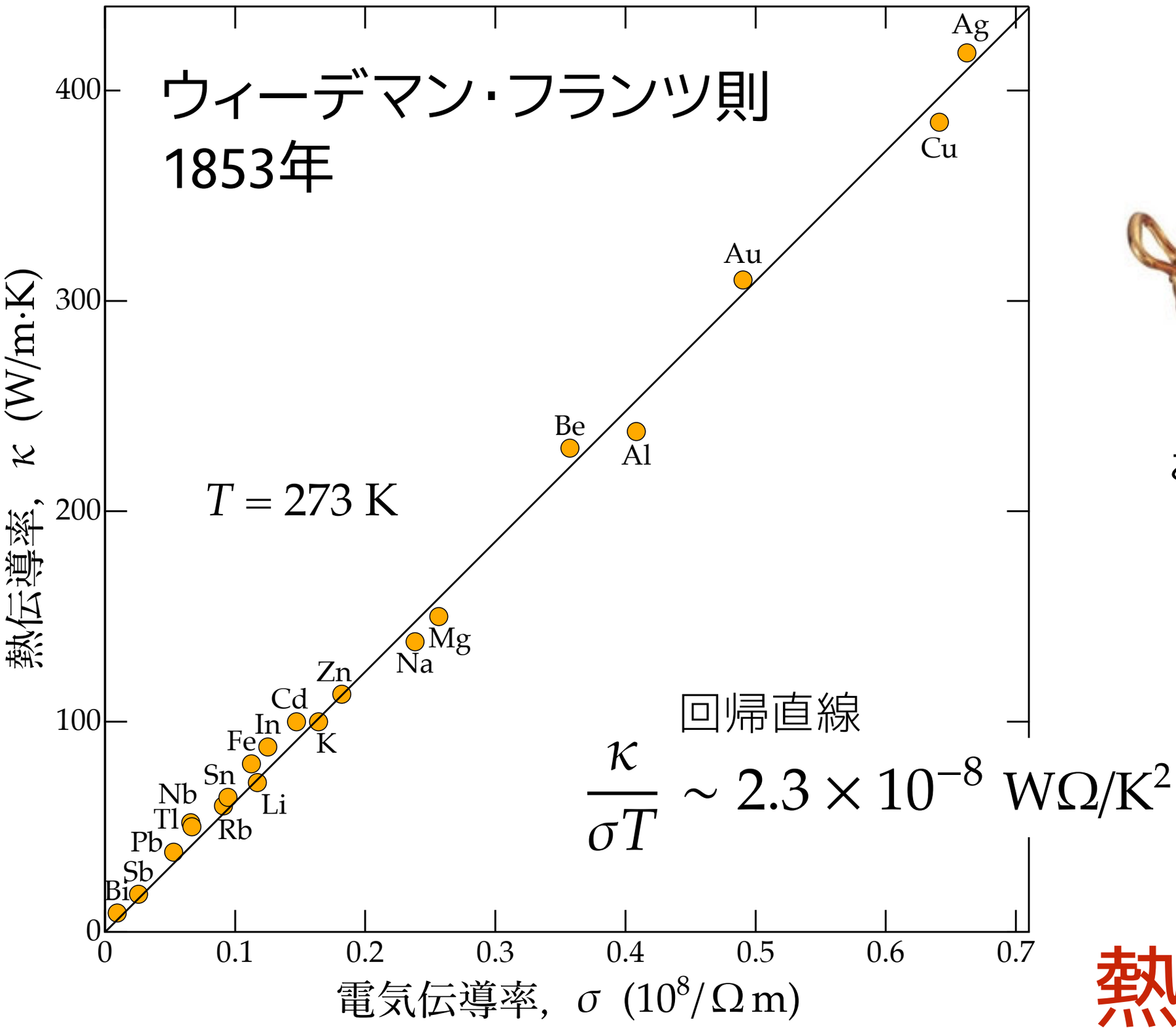
σ → 電気伝導率

熱エネルギー → 熱流束 $\mathbf{j}_q = -\kappa \nabla T$

フーリエの法則

κ → 熱伝導率

電気伝導率 σ と 熱伝導率 κ



お鍋のロールスロイス

熱も電子か?

課題

伝導の「しくみ」を

微視的に理解したい!!!

時は1900年、量子力学の誕生前夜

1662年 ボイルの法則
1787年 シャルルの法則
1808年 アボガドロの法則

$$PV = nRT$$

$$\frac{1}{2}k_{\mathrm{B}}T$$

エネルギー等分配則

1860年 マックスウエル、気体分子の速度分布

1896年 ボルツマン気体論講義、**気体運動論** と **古典統計力学** の完成

史上初の成功した微視的理論

1897年 トムソン、電子を発見

1900年 ドルーデ模型

Paul Drude 1863 – 1906

よっしゃ、
電子も気体で！

1924年 ド･ブロイの物質波

1924年 パウリの排他律

1926年 シュレディンガーの
波動方程式

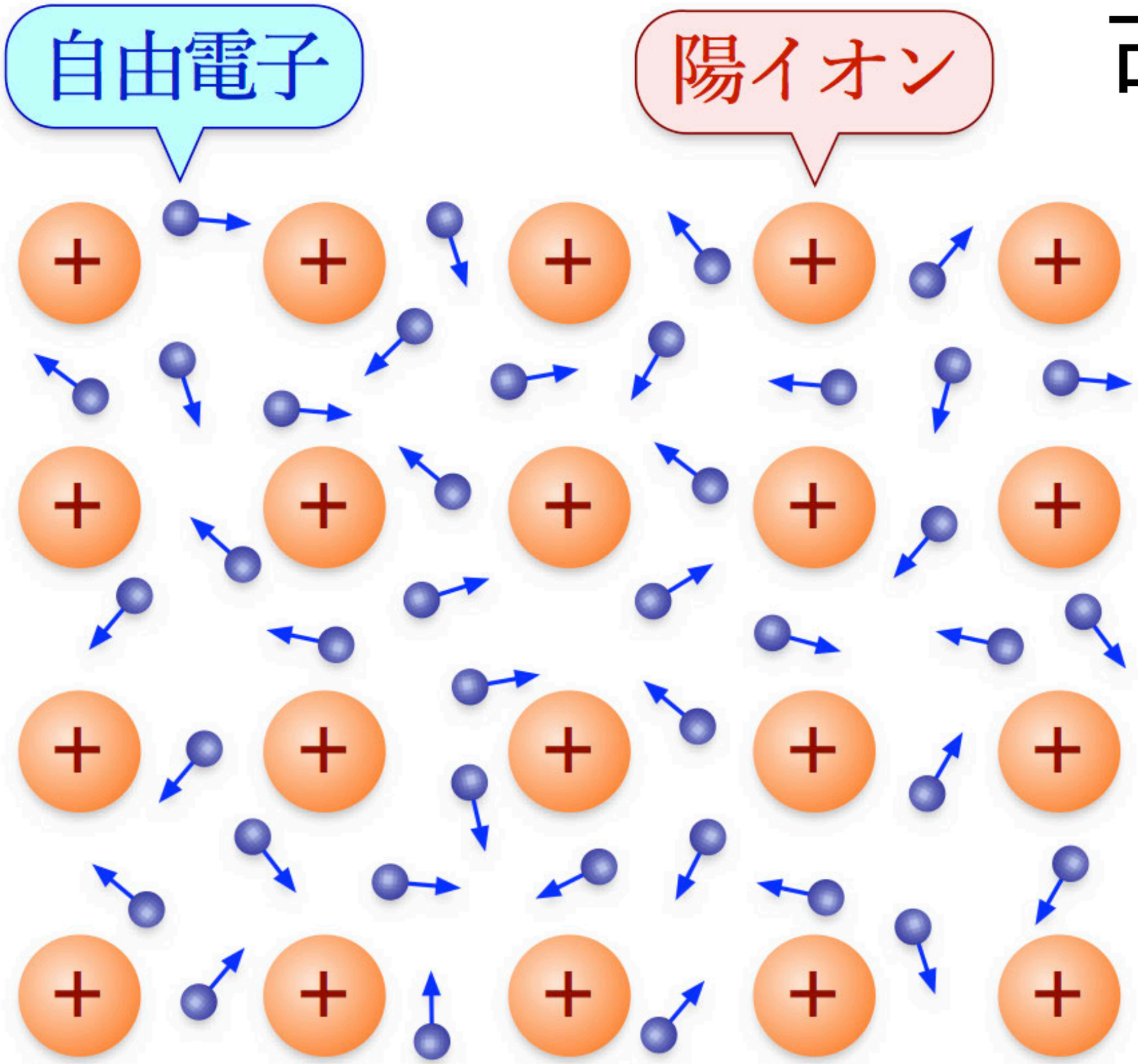
方針

伝導電子を

古典気体として扱う

Drude模型

古典気体模型



原子あたり
価数 Z 個の
電子を放出

金属は自由電子の気体に満たされている

板書

伝導電子の古典論

熱伝導の古典論

オームの法則を再現

$$\underset{\text{抵抗率}}{\frac{1}{\rho}} = \overset{\text{伝導率}}{\sigma} = e^2 \frac{n\tau}{m}$$

$$\left(\begin{array}{l} m：\text{電子質量} \\ n：\text{電子密度} \\ \tau：\text{緩和時間} \end{array}\right)$$ が一定である限り、

オームの法則 $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$ が成り立つ。

σ と κ/T の比例関係を再現

熱伝導率

$$\kappa = \frac{3k_{\mathrm{B}}^2 T}{2}\frac{n\tau}{m}$$

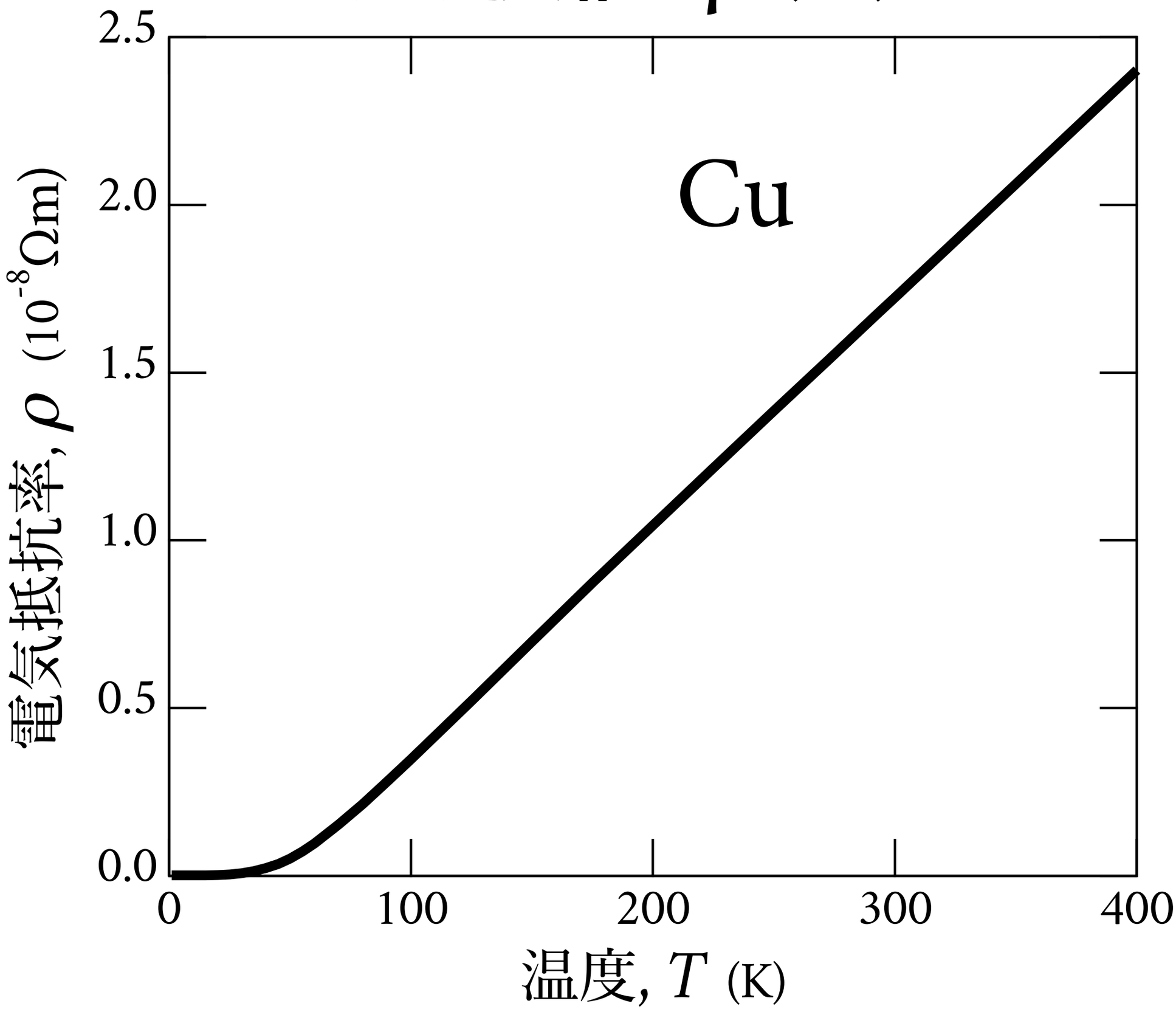
電気伝導率

$$\sigma = e^2 \frac{n\tau}{m}$$

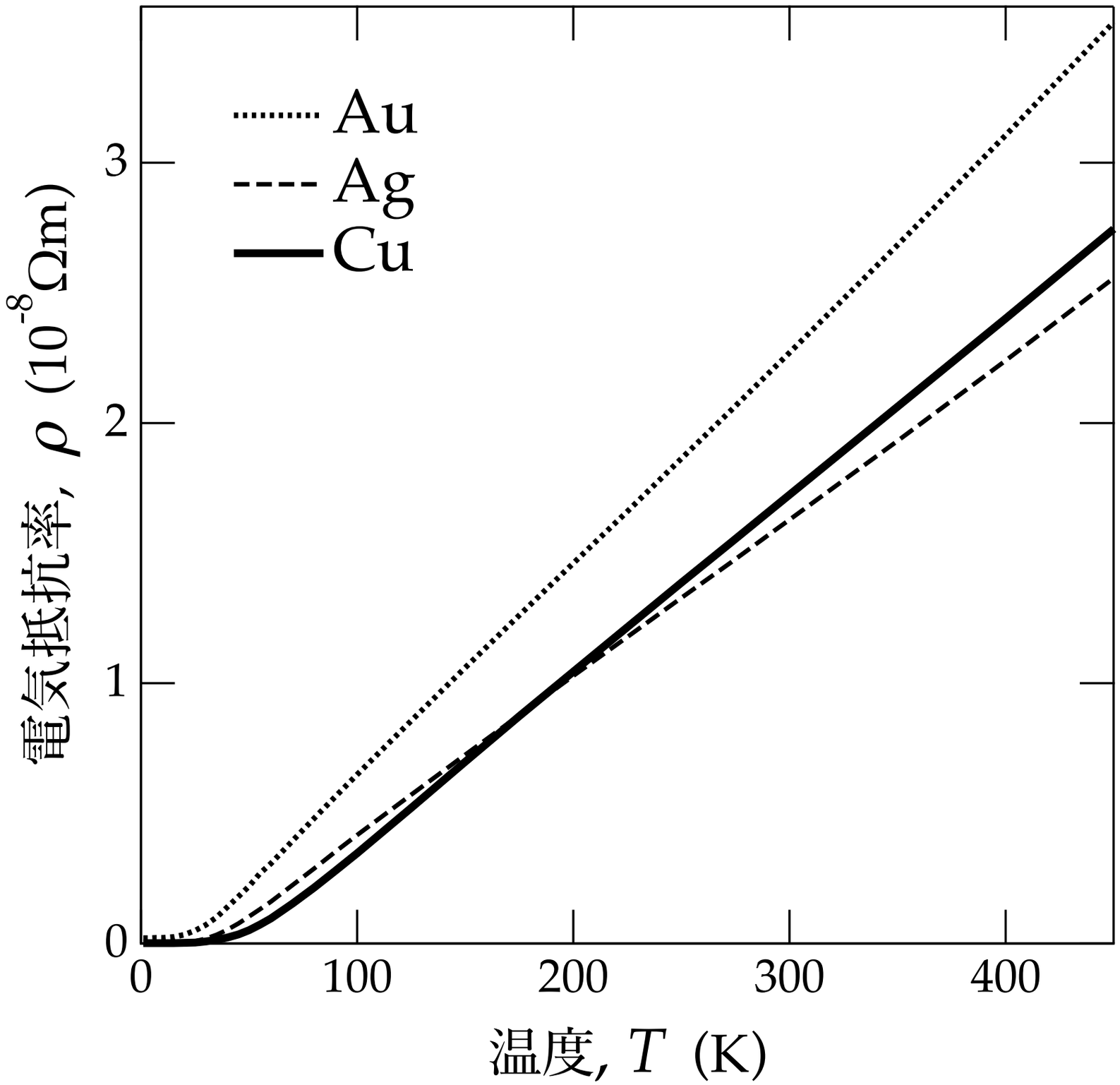
$$\frac{\kappa}{\sigma T} = \frac{3\,k_{\mathrm{B}}^2}{2\,e^2} = 1.11 \times 10^{-8}\ \ \mathrm{W\Omega/K^2}$$

ただし、なぜか実験値の半分程度（保留）。

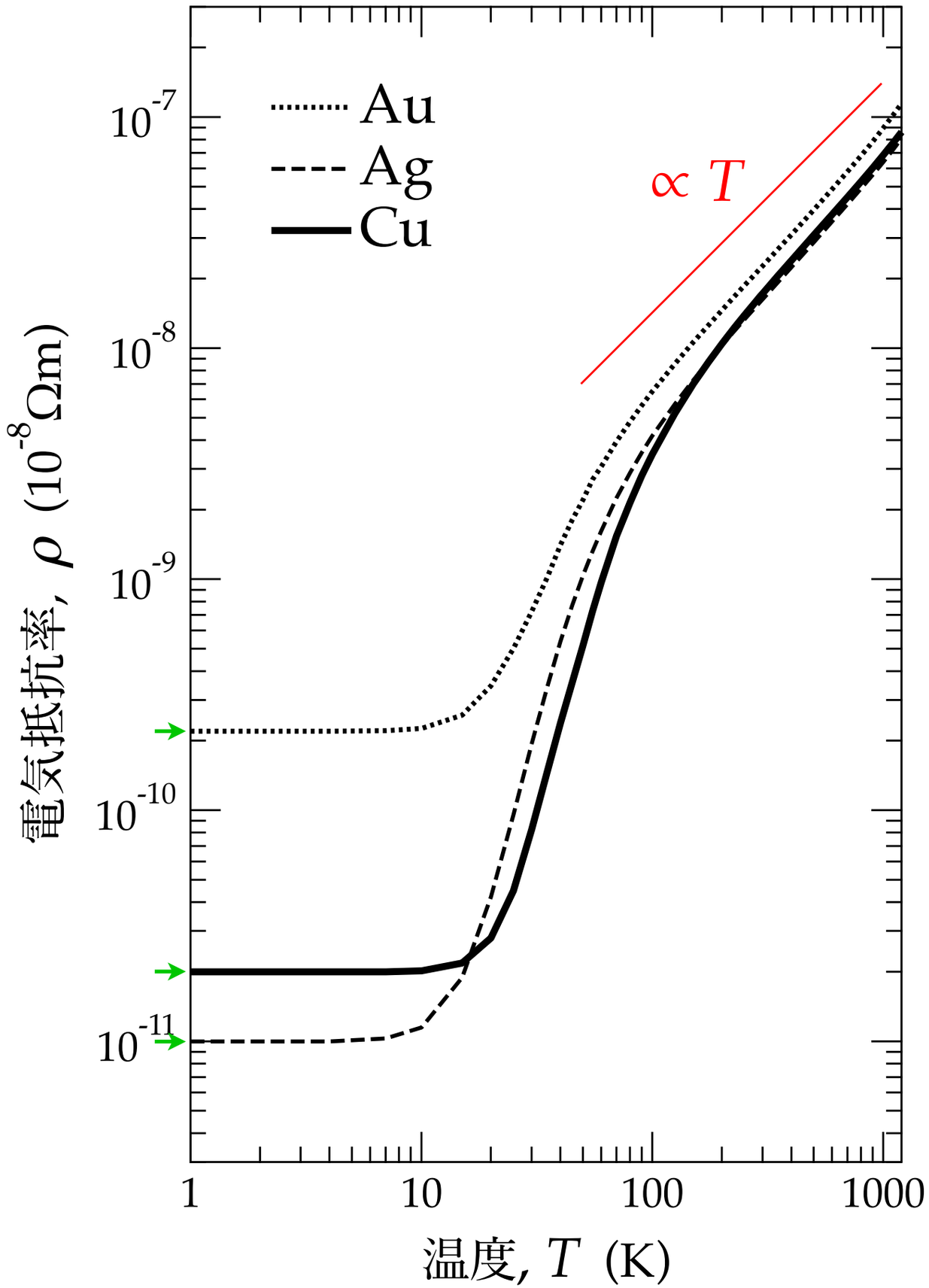
実験値 $\rho(T)$



金、銀、銅の比較



残留抵抗



残留抵抗比

(**R**esidual-**R**esistivity **R**atio)

$$\mathrm{RRR} = \frac{\rho_{300\,\mathrm{K}}}{\rho_{0\,\mathrm{K}}}$$

試料の品質の目安

ドルーデの式で実験値を分析

真空の電子質量

実験値

ドルーデの
緩和時間

$$\tau(T) = \frac{m}{e^2 n}\,\sigma_{\mathrm{exp}}(T)$$

価数から
電子密度を算出

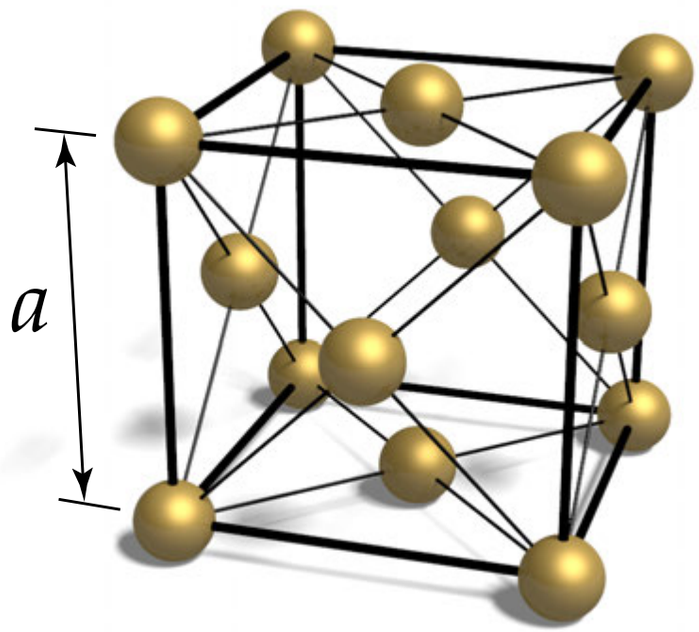
平均自由行程 $\ell = v\,\tau$

古典気体の粒子速度 $v = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\dfrac{3k_{\mathrm{B}}T}{m}}$

ツボQ6

動かぬ障害物であれば、ℓ =（一定）のはず。

価数から電子密度を算出



面心立方格子 (fcc)

$$n = \frac{4}{a^3}$$

表 2.1　貴金属の格子定数と価電子密度。

元素	電子配置	価数 Z	結晶構造	格子定数 a (Å)	電子密度 n (/nm^3)
Cu	$3d^{10}4s^1$	1	fcc	3.615	84.7
Ag	$4d^{10}5s^1$	1	fcc	4.086	58.6
Au	$5d^{10}6s^1$	1	fcc	4.079	59.0

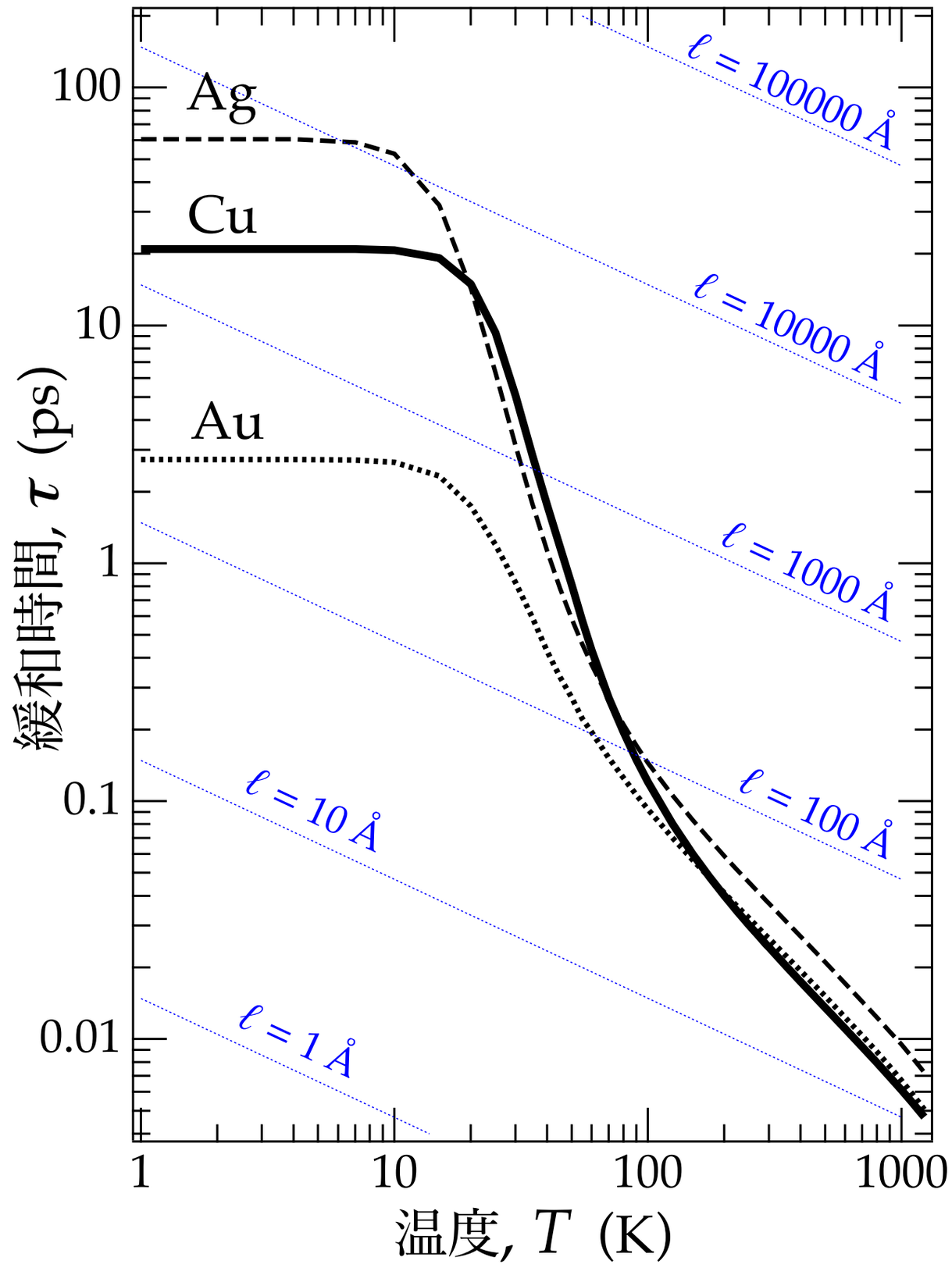
ドルーデの緩和時間 τ

平均自由行程

$$\ell = v\tau$$

- 原子間隔 ~ 数Å
- 室温では穏当な値だが、
  低温では原子間隔の百倍以上。

どうやって、原子をすり抜けるのか??



古典論の成果

- オームの法則の線型性 $\mathbf{j} \propto \mathbf{E}$ を再現。
- 伝導率の周波数特性 $\sigma(\omega) \propto \dfrac{1}{1 - i\omega\tau}$ を再現（導出略）。
- ホール効果の線型性 $E_y \propto j_x B_z$ を再現（導出略）。
- 熱伝導の線型性 $\mathbf{j}_q \propto -\nabla T$ を再現。
- 電気伝導率と熱伝導率の比例関係 $\kappa \propto \sigma T$ を再現。

$$\sigma = e n \mu_{\mathrm{e}} = e^2 \frac{n\tau}{m}$$

伝導の三要素

- 緩和時間 τ
- 粒子密度 n
- 粒子質量 m

残された謎

1.ローレンツ数の謎

・$\kappa/\sigma T$ の理論値が、実験値の約半分。

2.散乱源の謎

・ドルーデ理論では、散乱の詳細が不明のまま（緩和時間近似）。

・ $\rho(T)$ の温度依存性が謎。$\ell = (\text{一定})$ では説明できない。

・低温で、平均自由行程 ℓ が原子間隔の100倍以上。

どうやって、原子をすり抜けるのか？

なぜ金属は金属なのか？

次回

等分配則に挑戦

第3講　比熱と格子振動

次回

束縛と自由の結末

第3講　比熱と格子振動