

Z

9 [特殊な形の 2 階 ODE] 以下の微分方程式の一般解を求めよ。

(1) $xy'' + y' = 3x^2$

(2) $(1+y)y'' + (y')^2 = 0$

(3) $(1-y^2)^{\frac{3}{2}}y'' + y(y')^3 = 0$

(4) $2yy'' = 1 + (y')^2$

(5) $yy'' + y' - (y')^2 = 0$

10 [斉次定数係数 2 階線形微分方程式] 以下の微分方程式の一般解を求めよ。

(1) $y'' - 5y' + 6y = 0$

(2) $y'' - 4y' - 5 = 0$

(3) $y'' + 4y' + 4y = 0$

(4) $y'' - 4y' + 13y = 0$

(5) $y'' + 2\gamma y' + \omega_0^2 y = 0 \quad (\gamma, \omega_0 \in \mathbb{R})$

注意点

定数の値によって解の振る舞いに変化する。場合分けが必要。

11 [非斉次定数係数 2 階線形微分方程式] 以下の微分方程式の一般解を求めよ。

(1) $y'' - y = e^t$

(2) $y'' + 3y' - 4y = x^2 + x$

(3) $y'' + 2y' + 2y = \cos x$

(4) $y'' - 3y' + 2y = 12e^x$

(5) $y'' + 2y' - 8y = e^{2x}$

(6) $y'' - 2y' = x^2$

(7) $y'' - 4y' + 4y = xe^{2x}$

(8) $y'' - 2y' + 5y = e^x \cos 2x$

(9) $y'' - 2y' - 8y = e^{2x} + \sin 2x$

(10) $y'' - 2y' + y = x^3 - 10x + 1 + x^2 e^x + e^x \sin 2x$

(9), (10) のヒント

複数の非斉次定数係数 2 階線形微分方程式に分解する。特解を足し合わせると...