

12 [微分演算子法] 以下の微分方程式について、微分演算子法を用いて特殊解を求め、一般解を求めよ。

(1) $(D^2 - 4D + 3)y = x^2 + x$

(2) $(D^3 + D^2 - D - 1)y = x^3$

(3) $(D^4 - 4D^3 + 3D^2)y = x^2 + x$

(4) $(D^5 + D^2)y = x^3$

(5) $(D^2 - 8D + 15)y = e^{2x}(x^2 + x)$

(6) $(D^3 - 2D^2 - D + 2)y = e^x x^3$

ヒント —

階数が上がっても考え方は同じ。場合によっては D の関数を部分的に右辺に持っていくこともあり。級数展開するときに気をつけて...

13 [変数係数 2 階線形 ODE] 以下の微分方程式の一般解を求めよ。ただし $x > 0$ とする。

(1) $y'' - \frac{x+2}{x}y' + \frac{2}{x}y = x^2 e^x$

(2) $y'' - \frac{3}{x}y' + \frac{3}{x^2}y = 2x - 1$

(3) $x^2 y'' + xy' - y = x^2$

(4) $x^2 y'' - 2xy' - 4y = x^2$

(5) $x^2 y'' - 3xy' + 4y = x^2 \log x$

ヒント —

対応する斉次方程式の一般解が 1 個わかれば d'Alembert の階数低下法が使える、2 個わかれば定数変化法が使える。 $x^2 y'' + axy' + by = R(x)$ の形であれば Euler 型であるので...