

以下の微分方程式の一般解を求めよ。ただし $y' = \frac{dy}{dx}$ 、 $\mathbf{y} = (y_1, y_2)^T$ 、 $\mathbf{y}' = \left(\frac{dy_1}{dx}, \frac{dy_2}{dx} \right)^T$ である。
解答に積分定数が現れる場合でも、「 C : 積分定数」などと断らなくても良い。(1 問 20 点)

(1) $y^{(4)} - 5y'' + 4y = 5 \cos 2x$

(2) $y''' + 8y = xe^{-2x}$

(3) $xyy'' + x(y')^2 - 3yy' = 0 \quad (x > 0)$

(4) $\mathbf{y}' = A\mathbf{y}$, $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $\mathbf{y}(0) = (1, -2)^T$

(5) $\mathbf{y}' = A\mathbf{y}$, $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $\mathbf{y}(0) = (1, -1)^T$