

2009年7月6日

LバンドRF電子銃の熱計算（定性的考察）

磯山悟朗

外面の板厚が 25 mm の銅製の RF 空洞にピークパワーが $P = 5 \text{ MW}$ でパルス幅 $\Delta t = 1 \text{ ms}$ の RF パルスを 5 Hz で入力する。冷却水を直径 9 mm の水路に流速 $v = 2 \text{ m/s}$ で流して冷却する。

体積

$$V = \pi[(0.23/2)^2 \times 0.225 - (0.18/2)^2 \times 0.155 - (0.054/2)^2 \times 0.045] = 5.301 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

立方体に換算すると一辺が 0.174 m である。

重さ

$$W = V \times \rho = 5.301 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \times 8.96 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 = 47.50 \text{ kg}$$

銅の物性

$$\text{密度 } \rho = 8.96 \text{ g/cm}^3 = 8.96 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 \text{ at } 20^\circ\text{C}$$

$$\text{比熱 } C_p(\text{Cu}) = 24.47 \text{ J/(K}\cdot\text{mol)} = 385.1 \text{ J/(K}\cdot\text{kg)} \text{ at } 25^\circ\text{C}$$

$$\text{原子量 } M = 63.546$$

$$\text{熱伝導率 } k = 403 \text{ W/(m}\cdot\text{K)} \text{ at } 0^\circ\text{C}$$

冷却水の物性 (36.85°C)

比熱 $C_p(\text{Water}) = 4.179 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$

密度 $\rho = 993.42 \text{ kg}/\text{m}^3$

動粘性係数 $\eta = 6.983 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$

熱伝導率 $k = 0.6245 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$

1. 入力エネルギー

パルスあたりの入力エネルギー: $e = 5 \text{ MW} \times 1 \text{ ms} = 5 \text{ kJ}$

1秒間の入力エネルギーあるいは平均パワー: $P = e \times 5 = 25 \text{ kJ/s} = 25 \text{ kW}$

2. 冷却が無い場合の銅の温度上昇

$C_p = 24.47 \text{ J}/(\text{K}\cdot\text{mol}) = 24.47/63.546 \times 10^{-3} \text{ J}/(\text{K}\cdot\text{kg}) = 385.1 \text{ J}/(\text{K}\cdot\text{kg})$

1パルスあたりの温度上昇 $\Delta T/\text{pulse}$

$\Delta T/\text{pulse} = e/(C_p \times W) = 5 \text{ kJ}/(385.1 \text{ J}/(\text{K}\cdot\text{kg}) \times 47.5 \text{ kg}) = 0.273 \text{ K/pulse}$

毎秒の温度上昇

$dT/dt = 0.273 \text{ K/pulse} \times 5 \text{ pulse/s} = 1.37 \text{ K/s}$

3. 水で冷却した場合 (定常的)

冷却水

内径 $2a = 9 \text{ mm}$ のパイプを流速 $v = 2 \text{ m/s}$ (DESY と同じ) で冷却水が流れると仮定する

管の断面積 $s = \pi \times a^2 = 3.14 \times (4.5 \times 10^{-3})^2 \text{ m}^2 = 6.36 \times 10^{-5} \text{ m}^2$

流量 $dV_{\text{water}}/dt = s \times v = 6.36 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \times 2 \text{ m/s} = 1.27 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s} = 7.62 \text{ l/min}$

冷却水の温度上昇

$\Delta T = P/(C_p(\text{water}) \times (dV_{\text{water}}/dt)) = P/(C_p \times (\rho \times dV_{\text{water}}/dt)) = 25 \text{ kW}/((4.179 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K}) \times 993.42 \text{ kg}/\text{m}^3 \times 1.27 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s})) = 47.4 \text{ K}$

これでは温度上昇が大きすぎるので、5チャンネル並列にすると 9.48 K、10チャンネル並列で 4.74 K 程度の温度上昇に抑えられる。

RF 空洞内の冷却水パイプ長

水冷水路の内面積が 1 m^2 と仮定すると、パイプの長さ L_{pipe} は、

$L_{\text{pipe}} = [\text{内面積}]/[\text{パイプ円周}] = 1 \text{ m}^2/2\pi a = 1/(\pi \times 2 \times 4.5 \times 10^{-3}) = 35.37 \text{ m}$

その体積は

$V(\text{water pipe}) = \pi a^2 \times L_{\text{pipe}} = 2.25 \times 10^{-3} \text{ m}^3$

となり、銅の体積 $V(\text{Cu}) = 5.301 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ との比は

$V(\text{water pipe})/V(\text{Cu}) = 42.4 \%$

と非常に大きい。

4. 銅と水間の熱伝導率

固体から液体（冷却水）への熱伝導率 h [$\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$]

$$h = \frac{k \cdot N_u}{d_e}$$

k : 水の熱伝導率 $k = 0.6245 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$

N_u : Nusselt number

d_e : 有効直径 $d_e = 9 \times 10^{-3} \text{ m}$

$$N_u = 0.023 \times R_e^{0.8} \times P_r^{0.4} \quad \text{Dittus Boelter の式}$$

$$\text{Re : Reynolds number} \quad R_e = \frac{d_e \cdot v}{\nu} = \frac{9 \times 10^{-3} \cdot 2}{6.983 \times 10^{-7}} = 2.578 \times 10^4$$

Dittus Boelter の式は、乱流領域 $\text{Re} = (1 \sim 12) \times 10^4$ の範囲で適用可能

v : 流速 $v = 2 \text{ m/s}$

ν : 動粘性係数 $\nu = 6.983 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$

$$\text{Pr : Prandtl number} \quad P_r = \frac{C_p \cdot \rho \cdot v}{k_w} = \frac{4.179 \times 10^3 \cdot 993.42 \cdot 6.983 \times 10^{-7}}{0.6245} = 4.642$$

これらの値を Dittus Boelter の式に代入

$$N_u = 0.023 \times (2.578 \times 10^4)^{0.8} \times 4.642^{0.4} = 143.7$$

銅から水への熱伝導率は

$$h = \frac{k \cdot N_u}{d_e} = \frac{0.6245 \times 143.7}{9 \times 10^{-3}} = 9.971 [\text{kW}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})]$$

平均パワー： $P = e \times 5 = 25 \text{ kJ/s} = 25 \text{ kW}$

パイプの内面積が 1 m^2 の時、温度差が $\Delta T = 2.51 \text{ K}$ で平均パワーを取ることが出来る。

5. 動的熱変化

1次元の熱伝導（レーザーフラッシュ法による熱拡散率・熱伝導率の測定）

厚さ L の板の片面に瞬間的に単位面積あたり Q のエネルギーを印加した場合の他面の温度変化

$$T(t) = T_m \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \exp \left[(-n)^2 t \left(\frac{\pi^2 \alpha}{L^2} \right) \right] \right\}$$

ここで

$$T_m = \frac{Q}{LC\rho}$$

Q ： 試料の片面が吸収したレーザーパルスのエネルギー密度 $[\text{J}/\text{m}^2]$

L ： 試料の厚さ

C ： 試料の比熱

ρ ： 試料の密度

α ： 試料の熱拡散率

T ： 温度

t ： パルス照射の瞬間からの時間

他面が最大到達温度の 2 分の 1 に到達する時間を $t_{1/2}$ とする。

$$T(t_{1/2}) = \frac{T_m}{2}$$

すると

$$\alpha = 1.370 \times \frac{L^2}{\pi^2 t_{1/2}}$$

試料の熱伝導率 k は次のように与えられる。

$$k = \alpha \times (C\rho)$$

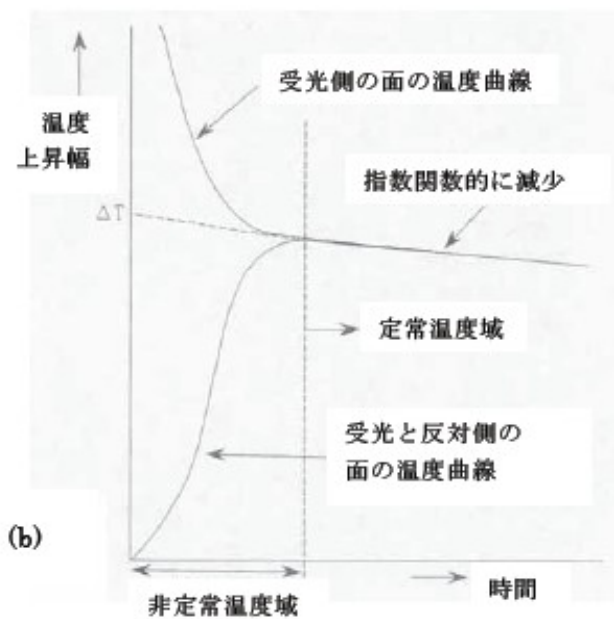
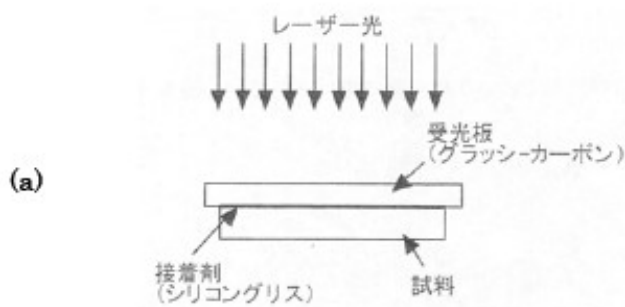


図2 比熱容量の測定方法

RF の 1 パルスで入力するエネルギー 5 kJ が空洞内面の胴の部分（円筒の部分）のみで一様に発生すると仮定する。この部分の表面積を求める

$$S_{\text{half}} = 2\pi \times 90\text{mm} \times 55\text{mm} = 3.110 \times 10^4 \text{ mm}^2 = 3.110 \times 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$S_{\text{full}} = 2\pi \times 90\text{mm} \times 100\text{mm} = 5.655 \times 10^4 \text{ mm}^2 = 5.655 \times 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$S_{\text{total}} = S_{\text{half}} + S_{\text{full}} = 8.765 \times 10^{-2} \text{ m}^2$$

エネルギー密度 Q は

$$Q = 5 \text{ kJ} / 8.765 \times 10^{-2} \text{ m}^2 = 5.705 \times 10^4 \text{ J/m}^2$$

円筒形の銅の厚さを 25 mm として、1 次元問題で近似する。

$$T_m = \frac{Q}{LC\rho} = \frac{5.705 \times 10^4}{25 \times 10^{-3} \cdot 385.1 \cdot 8.96 \times 10^3} = 0.661 \text{ K}$$

$t_{1/2}$ を求める。

$$t_{1/2} = 1.370 \times \frac{L^2}{\pi^2 \alpha} = 1.370 \times \frac{L^2 C \rho}{\pi^2 k} = 1.370 \times \frac{0.025^2 \cdot 385.1 \cdot 8.96 \times 10^3}{\pi^2 \times 403} = 0.7428 \text{ s}$$

空洞外面の温度が **0.33 K** 上昇する時間が **0.74 秒** であるので定常状態に達するには **1.5 秒** 以上の時間がかかる。**RF** 電子銃は **5pps** で運転するので、温度上昇が小さい限り平均値の熱伝導で近似するのは悪くない。