

小テスト

問 ベクトルを適当に定義して、ひし型の対角線は直交することを示せ。

問1 2つのベクトル $\mathbf{A} = 2\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$ と $\mathbf{B} = -\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ がある。ここで、 $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ は直交座標系の単位ベクトルである。

- (1) 2つのベクトルのなす角はいくらか。
- (2) 2つのベクトルに垂直なベクトルを求めよ。(長さは任意で良い)¹

問2 次の問題に答えよ。

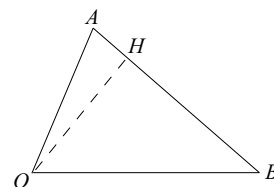
- (1) 三角形 ABC の頂点 A, B, C の位置ベクトルをそれぞれ $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ とする。このとき、三角形 ABC の重心 G への位置ベクトル \mathbf{g} は $\mathbf{g} = \frac{\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}}{3}$ であることを示せ。²
- (2) 同様にして、四面体 $ABCD$ の重心 G の位置ベクトル \mathbf{g} は、 $\mathbf{g} = \frac{\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} + \mathbf{d}}{4}$ であることを示せ。(\mathbf{d} は頂点 D の位置ベクトルである)

問3 $\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k}$ と表されるベクトルを考える。

- (1) \mathbf{A} の方向が各座標軸 (x, y, z) となす角を α, β, γ とするとき、 A_x, A_y, A_z をこれらの角を用いて表せ。ただし、 $|\mathbf{A}| = A$ とする。
- (2) また、 $\ell = \cos \alpha, m = \cos \beta, n = \cos \gamma$ とするとき、 $\ell^2 + m^2 + n^2 = 1$ であることを示せ。³

問4 右の図を参考にして以下の問いに答えよ。

ベクトル $\overrightarrow{OA} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j}$, $\overrightarrow{OB} = 3\mathbf{j}$ とする。三角形 OAB において、 O から辺 AB に引いた垂線の交点を H とする。ベクトル \overrightarrow{OH} を求めよ。



¹ベクトルの外積を学ぶと、より簡便に求めることが出来る。分かる人は確かめてみよ。→(3) とする。

²中線を2:1に内分するという性質は使わずに示せ。

³ ℓ, m, n は方向余弦と呼ばれる。

- 問5 一点 O に力 F_1 と F_2 が作用している。それらの合力の大きさが F_1 の大きさに等しく、かつ、その方向が F_1 に垂直である時、 F_2 を求めよ。(図示せよ)
- 問6 質量 m の物体が速度に比例した空気抵抗を受けながら落下する。重力加速度を g 、空気抵抗の速度に対する比例係数を $\gamma (> 0)$ として、この運動の運動方程式を記せ。
- 問7 振動膜が水平におかれたスピーカーがある。小さな物体をその振動膜の上におき、スピーカーに一定振幅 A で、周波数を変えられる交流を流す。この小さな物体が膜と接触したままでいられる最大の振動数を求めよ。なお、振動膜は単振動をするものとする。

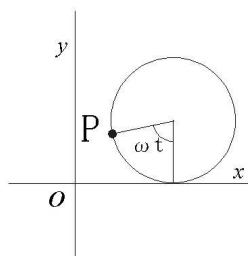
Hint! 接触しているときは振動膜からの抗力が働いている。

問6, 7では、ニュートンの運動方程式が理解できているか! が大事です。最終的な答えにまでたどり着けなくとも、方程式が立てられるか、力を数え上げられるかどうか、が大事です。解ける人はどんどん意欲的に取り組んでください。そうでない人は、友人や教員の解説をよく理解して、第一セマスター中に苦手意識を取り除くよう努めて下さい。

レポート問題 (3) 中島班 2007/4/23

A4 レポート用紙に解答を記入すること。学生番号、名前を記入し、2枚以上の時は必ず左上をホッチキスで止めて提出のこと。小テスト直後に回収します。

- Q1 半径 a の円盤が滑らずに二次元平面上を角速度 ω で回転している。 $t = 0$ で原点 O を出発した円周上の一点を P とする。
- (1) P への位置ベクトルの時間変化を求め、その軌跡を図示せよ。
 - (2) 速度ベクトルの時間変化を求め、その軌跡を図示せよ。⁴
 - (3) 加速度ベクトルの時間変化を求め、その軌跡を図示せよ。



- Q2 投射位置から前方 a に高さ h の壁がある。この壁を越えるのに必要な最小の初速度 v_0 とその時の投射角度 θ を求めよ。超えればよいのであって、壁の位置で最大高度である必要がないことに注意せよ。重力加速度を g とする。

⁴これをホドグラフという。