物理科学演習問題（４）　中島班　２００７／５／７

小テスト

問題 2 つのベクトル $\boldsymbol{A} = 3\boldsymbol{i} + 6\boldsymbol{j} - 2\boldsymbol{k}$ と $\boldsymbol{B} = 4\boldsymbol{i} - 2\boldsymbol{j} + 4\boldsymbol{k}$ がある。$\boldsymbol{A}$ と $\boldsymbol{B}$ のなす角を θ とするとき、$\cos\theta$ の値を求めよ。ここで、$\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$ は直交座標系の単位ベクトルである。

4/23 の積み残し

問２ 次の問題に答えよ。

(1) 三角形 ABC の頂点 A, B, C の位置ベクトルをそれぞれ $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ とする。このとき、三角形 ABC の重心 G への位置ベクトル $\boldsymbol{g}$ は　$\boldsymbol{g} = \dfrac{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}}{3}$ であることを示せ。

(2) 同様にして、四面体 $ABCD$ の重心 G の位置ベクトル $\boldsymbol{g}$ は、$\boldsymbol{g} = \dfrac{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}+\boldsymbol{d}}{4}$ であることを示せ。($\boldsymbol{d}$ は頂点 D の位置ベクトルである)

問１ ベクトル $\boldsymbol{A}$ の大きさが時間に対して一定であれば、ベクトル $\boldsymbol{A}$ と $\dfrac{d\boldsymbol{A}}{dt}$ は互いに垂直であることを示せ。

問２ **(1)** $\boldsymbol{i}\times\boldsymbol{i} = \boldsymbol{j}\times\boldsymbol{j} = \boldsymbol{k}\times\boldsymbol{k} = \boldsymbol{0}$ および $\boldsymbol{i}\times\boldsymbol{j} = \boldsymbol{k}$, $\boldsymbol{j}\times\boldsymbol{k} = \boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{i} = \boldsymbol{j}$ を用いて、$\boldsymbol{A} = A_x\boldsymbol{i} + A_y\boldsymbol{j} + A_z\boldsymbol{k}$、$\boldsymbol{B} = B_x\boldsymbol{i} + B_y\boldsymbol{j} + B_z\boldsymbol{k}$ ならば $\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B} = (A_yB_z - A_zB_y, A_zB_x - A_xB_z, A_xB_y - A_yB_x)$ であることを示せ。

(2) (1) において、ベクトル $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$ の間の角度を θ とすると、$|\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}| = |\boldsymbol{A}||\boldsymbol{B}|\sin\theta$ となることを示せ。

問３ 次の式の証明を行え。

(1) $(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}) = 2\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}$

(2) $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c} = \boldsymbol{0}$ ならば $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b} = \boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c} = \boldsymbol{c}\times\boldsymbol{a}$ である。

(3) $\boldsymbol{A}\cdot(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}) = 0$

(4) $\boldsymbol{A} = 2\boldsymbol{i} - 3\boldsymbol{j} - \boldsymbol{k}$ と $\boldsymbol{B} = -6\boldsymbol{i} + 9\boldsymbol{j} + 3\boldsymbol{k}$ は平行である。(外積を用いよ。)

問４ 時刻 t での質点の位置ベクトルが以下に示す $\boldsymbol{r}(t)$ で与えられている。この時の質点の軌跡を図示せよ。さらに、速度ベクトル、加速度ベクトルを求め、その軌跡も図示せよ。ただし、$a, b, g, h, k\lambda, \omega$ はそれぞれ時間に依存しない定数である。

(1) $\boldsymbol{r}(t) = (at+b)\boldsymbol{i} + (\frac{1}{2}gt^2 + ht + k)\boldsymbol{j}$

(2) $\boldsymbol{r}(t) = ae^{\lambda t}\boldsymbol{i} + be^{-\lambda t}\boldsymbol{j}$

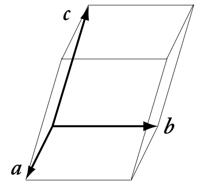
(3) $\boldsymbol{r}(t) = a\cos\omega t\boldsymbol{i} + b\sin\omega t\boldsymbol{j}$

問５ 位置ベクトル $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ を頂点とする三角形の面積が $\dfrac{1}{2}|\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}+\boldsymbol{c}\times\boldsymbol{a}|$ であることを示せ。

問６ 下図のような平行六面体を考える。$\boldsymbol{a}=(2,1,-1), \boldsymbol{b}=(0,3,0), \boldsymbol{c}=(1,1,4)$ とする。

(1) この平行六面体の体積をベクトル $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ を使って表せ。

(2) (1) で求めた式を計算し、平行六面体の体積を求めよ。



問７ 次の直交座標 (x, y, z) で表示された点を、円筒座標 (r, θ, z) および極座標 (r, θ, ϕ) で表せ。

(1) (1, 1, 1)　　(2) (3, -$\sqrt{3}$, 2)　　(3) (-3, -4, -5)

問８ (基本) デカルト座標で表される単位ベクトル $\boldsymbol{e}_x$, $\boldsymbol{e}_y$ を２次元の極座標の単位ベクトル $\boldsymbol{e}_r$, $\boldsymbol{e}_\theta$ で表せ。

レポート問題（４）　中島班　２００７／５／７

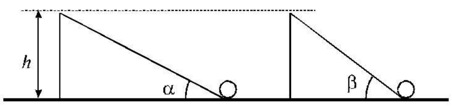
A4 レポート用紙に解答を記入すること。学生番号、名前を記入し、２枚以上の時は必ず左上をホッチキスで止めて提出のこと。小テスト直後に回収します。

Ｑ１ **(1)** 外力 $\boldsymbol{F}$ によって物体を $\boldsymbol{r}$ だけ動かしたときの外力がした仕事 W を求めよ。

(2) $-y$ 方向に mg の重力が作用する xy 空間がある。いま、原点 $(0,0)$ にある物体を座標 $(5,3)$ に移動するために必要な仕事を求めよ。

Ｑ２ 右図を見て答えよ。

重さ m の物体を摩擦のある斜面に沿って高さ h までゆっくり持ち上げる。斜面の角度はそれぞれ α, β $(\alpha < \beta)$ で、斜面の動摩擦係数はどちらも μ である。物体を高さ h まで持ち上げる仕事は幾らか。また、摩擦がない時の両者の仕事の差は幾らか。



注意事項

- ベクトルは、太文字 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}, \cdots$ で示すこと。
- 紛らわしい文字 ($\boldsymbol{x}$[エックス], $\boldsymbol{\chi}$[カイ])、($\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{u}$) などの書き方の違いに留意せよ。
- ２回以上、解答演示すること。[単位認定の条件]
- `http://home.hiroshima-u.ac.jp/~nobuo/physsciex.html` に問題がある。
