

小テスト

問題 次の各式を計算せよ。ただし、 \mathbf{r} は t の関数とする。

$$(1) \frac{d}{dt} \left(\mathbf{r} \cdot \left(\frac{d\mathbf{r}}{dt} \times \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} \right) \right) \qquad (2) \int \left(\frac{1}{r} \frac{d\mathbf{r}}{dt} - \frac{dr}{dt} \frac{\mathbf{r}}{r^2} \right) dt$$

問1 (基本) デカルト座標で表される単位ベクトル $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y$ を2次元の極座標の単位ベクトル $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta$ で表せ。

問2 (重要) 以下の問いに答えよ。[先週の問題7を問題文を直して、再度出題]

- (1) 2次元の直交座標 x と y を、極座標 r と θ を用いて表せ。
- (2) (1)の結果と問1の結果を用いて、直交座標表示での速度ベクトル $\mathbf{v} = \dot{x}\mathbf{e}_x + \dot{y}\mathbf{e}_y$ を、極座標表示に直せ。{ $r, \theta, \mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta$ を用いて表現せよ。 }
- (3) (2)と同様にして、直交座標表示での加速度ベクトル $\mathbf{a} = \ddot{x}\mathbf{e}_x + \ddot{y}\mathbf{e}_y$ を、極座標表示に直せ。

問3 次の問いに答えよ。

- (1) 質量 m の質点に $-z$ 方向の重力加速度が働いている。運動方程式を記述せよ。ただし、運動方程式は $m \frac{d^2\mathbf{r}(t)}{dt^2} = \mathbf{F}$ である。
- (2) 運動方程式を解いて、速度の時間変化を求めよ。ただし $t=0$ で $\mathbf{v}_0 = \mathbf{0}$ とする。
- (3) さらに、高さ h の塔から物体を自由落下させたときの位置の時間変化を求めよ。

問4 次の式を示せ。

- (1) $\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = (\mathbf{A} \cdot \mathbf{C})\mathbf{B} - (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})\mathbf{C}$ (ベクトル三重積)
- (2) $(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \cdot (\mathbf{C} \times \mathbf{D}) = (\mathbf{A} \cdot \mathbf{C})(\mathbf{B} \cdot \mathbf{D}) - (\mathbf{A} \cdot \mathbf{D})(\mathbf{B} \cdot \mathbf{C})$
- (3) $\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) + \mathbf{B} \times (\mathbf{C} \times \mathbf{A}) + \mathbf{C} \times (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = \mathbf{0}$

問5 以下の微分方程式の一般解と括弧内の初期条件を満たす特殊解を求めよ。

- (1) $\frac{dy}{dx} = 6x^2 + 2x, \quad (y(0) = 1)$ (2) $\frac{dy}{dx} = \log|x|, \quad (y(1) = 1)$
- (3) $\frac{d^2y}{dx^2} = 3x + 2, \quad (y(0) = 2, y'(0) = 1)$ (4) $\frac{d^2y}{dx^2} = \sin x, \quad (y(0) = 0, y'(0) = 0)$

問6 次の微分方程式を解け。初期条件のあるものは、一般解と特殊解を求めよ。

(1) $\frac{dy}{dx} = y + 3$ (2) $\frac{dy}{dx} = (y - a)(y - b)$

(3) $\frac{dy}{dx} = xy, \quad (y(0) = 3)$ (4) $3x\frac{dy}{dx} + 2y^2 = xy\frac{dy}{dx}, \quad (y(e) = 1)$

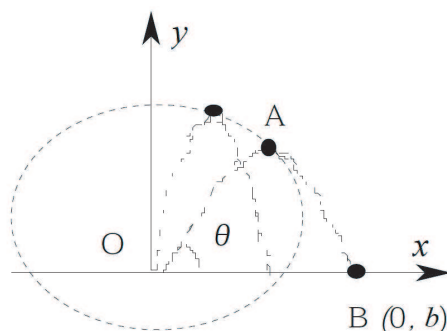
問7 質量 m の物体が速度に比例した空気抵抗を受けながら落下する。重力加速度を g 、空気抵抗の速度に対する比例係数を $\gamma (> 0)$ として以下の問いに答えよ。

- (1) 鉛直上方を $+y$ として、この運動の運動方程式を記せ。
- (2) 運動方程式から、速度と位置の時間変化を求めよ。なお、 $t = 0$ の時、原点で静止していたものとする。
- (3) (2) の結果を、横軸を時間 (t)、縦軸を速度もしくは位置としたグラフに表せ。

レポート問題 (6) 中島班 2007/5/21

A4 レポート用紙に解答を記入すること。学生番号、名前を記入し、2枚以上の時は必ず左上をホッチキスで止めて提出のこと。小テスト直後に回収します。

- Q 図のように、原点 O から初速 v_0 でいろいろな角度 θ で質点を投げた時、水平面の到達距離 b と角度 θ の関係をグラフに書け。また、その最高到達点 A を結ぶ曲線はどんな図形を示すか、式と共にグラフを書き表せ。



連絡事項

- 6/4 は中間テストです。これまでの演習問題から出題します。
90分一本勝負。途中退席なし。