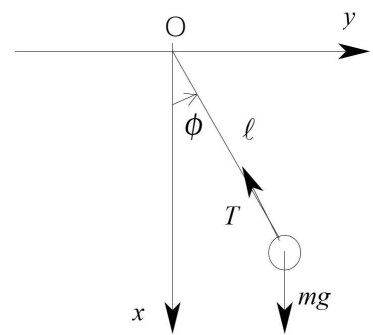


## 小テスト

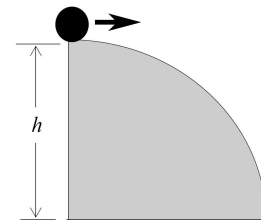
- 問題 (1) デカルト座標で表される単位ベクトル  $e_x, e_y$  を2次元の極座標の単位ベクトル  $e_r, e_\theta$  で表せ。
- (2) 2次元のデカルト座標  $x$  と  $y$  を、極座標  $r$  と  $\theta$  を用いて表せ。
- (3) 前問の結果を用いて、デカルト座標表示での速度ベクトル  $\mathbf{v} = \dot{x}\mathbf{e}_x + \dot{y}\mathbf{e}_y$  を、極座標表示に直せ。{  $r, \theta, e_r, e_\theta$  を用いて表現せよ。 }

問1 図のように、軽くて一定の長さ  $l$  の糸を天井から吊るし、先端に質量  $m$  のおもりをつけて鉛直面内で揺らした。(単振り子)

- (1) 糸の張力を  $T$  として、おもりに対する運動方程式を直角座標表示で書き下せ。
- (2) (2)の結果を極座標を用いて変換し、 $\phi$  に対する微分方程式を書き表せ。
- (3) 振れ角が小さい時、 $\sin \phi \sim \phi, \cos \phi \sim 1$  と近似できる。この近似のもとで、(2)の微分方程式を満たす関数を探せ。ただし、 $t = 0$  で  $\phi = 0$  とする。



問2 図のように、質量  $m$  の物体を半径  $h$  の1/4円弧の上端から水平右方向にゆっくりと滑らせた。物体が円弧から離れる高さを求めよ。ただし、力学的エネルギーの保存、 $e_r$  と  $e_\theta$  方向の運動方程式から考えること。



問3 次の微分方程式を解け。初期条件のあるものは、一般解と特殊解を求めよ。

- (1)  $\frac{dy}{dx} = \frac{2y}{x}, (y(1) = 3)$       (2)  $\frac{dy}{dx} = (y - a)(y - b)$
- (3)  $\frac{dy}{dx} = xy, (y(0) = 3)$       (4)  $3x \frac{dy}{dx} + 2y^2 = xy \frac{dy}{dx}, (y(e) = 1)$

問4 貯水タンクの水位が  $h$  の時、タンクの下部についた吸水口から排出される単位時間あたりの水量は  $k\sqrt{h}$  であった。  $t = 0$  で  $h = h_0$  であったとする。水位の時間変化を求めよ。ただし、タンクの断面積は一定で  $A$  とし、 $k > 0$  である。

問5 次の各式を括弧で指定された値の周りでテーラー展開せよ。(0でない最初の3項を算出し、一般項も求めよ。)

- (1)  $\sin ax \quad (x = 0)$       (2)  $\ln x \quad (x = 1)$       (3)  $\exp(ax) \quad (x = 0)$
- (4)  $\frac{1}{x} \quad (x = 1)$       (5)  $\exp(x) \quad (x = 1)$       (6)  $\frac{1}{x+1} \quad (x = 0)$

※ 自然対数の  $\log$  を  $\ln$  と書く。また、 $e^x$  を  $\exp(x)$  と書く。

問6 以下の複素数を極形式  $re^{i\theta}$  で表せ。

- (1)  $-3i$       (2)  $\sqrt{3} + i$       (3)  $4i$       (4)  $-1$       (5)  $1 + i$       (6)  $1 - \sqrt{3}i$

問7 複素平面上において  $z = re^{i\theta}$  とするとき、(1)  $z^*$ 、(2)  $-z$ 、(3)  $iz$ 、(4)  $-iz$ 、(5)  $z^2$ 、(6)  $z + iz$  はどのような位置にあるか、図示せよ。

再度解説 質量  $m$  の物体が速度に比例した空気抵抗を受けながら落下する。重力加速度を  $g$ 、空気抵抗の速度に対する比例係数を  $\gamma (> 0)$  として以下の問いに答えよ。

- (1) 鉛直上方を  $+y$  として、この運動の運動方程式を記せ。
  - (2) 運動方程式から、速度と位置の時間変化を求めよ。なお、 $t = 0$  の時、原点で静止していたものとする。
  - (3) (2) の結果を、横軸を時間 ( $t$ )、縦軸を速度もしくは位置としたグラフに表せ。
- 

## レポート問題 (7) 中島班 2007/5/28

A4 レポート用紙に解答を記入すること。学生番号、名前を記入し、2枚以上の時は必ず左上をホッチキスで止めて提出のこと。小テスト直後に回収します。

Q (6/11 提出) 一様な重力場のもとで、速度の2乗に比例した空気の抵抗がある場合、初速度  $v_0$  で鉛直上方に投げ上げた物体が最高点に達するまでの時間  $T$  を求めよ。また、初速度  $v_0$  をいくら大きくしても、 $T$  はある上限値を超えないことを示せ。

---

### 連絡事項

- 来週は中間テストです。これまでの演習問題から出題します。  
90分一本勝負。途中退席なし。  
カンニング行為は厳しく対応する。テストに関係の無いものはカバンにしまい、机の引き出しなどに入れないこと。