

小テスト

問題 次の微分方程式を解け。初期条件のあるものは、一般解と特殊解を求めよ。

$$(1) \frac{dy}{dx} = \frac{2y}{x}, \quad (y(1) = 3) \qquad (2) \frac{dy}{dx} = (y-a)(y-b)$$

問1 (積み残し) 貯水タンクの水位が h の時、タンクの下部についた吸水口から排出される単位時間あたりの水量は $k\sqrt{h}$ であった。 $t = 0$ で $h = h_0$ であったとする。水位の時間変化を求めよ。ただし、タンクの断面積は一定で A とし、 $k > 0$ である。

問2 (積み残し) 以下の複素数を極形式 $re^{i\theta}$ で表せ。

$$(1) -3i \qquad (2) \sqrt{3} + i \qquad (3) 4i \qquad (4) -1 \qquad (5) 1 + i \qquad (6) 1 - \sqrt{3}i$$

問3 (積み残し) 複素平面上において $z = re^{i\theta}$ とするとき、(1) z^* 、(2) $-z$ 、(3) iz 、(4) $-iz$ 、(5) z^2 、(6) $z + iz$ はどのような位置にあるか、図示せよ。

問4 質量 M の船が速度 v で進む時、水の抵抗は $f = av + bv^2$ (a, b は正の定数) を受けるとする。速度 v_0 の時にエンジンを止めれば、それからどれだけ進んで止まるか求めよ。

問5 一直線上を運動する質量 m の質点に、 $F = -kx$ なる力が働いている (k は定数)。

(1) この質点の運動において、エネルギー保存則が成り立つことを示せ。

(2) 一直線上の運動において、横軸に位置 x 、縦軸に運動エネルギー $\frac{1}{2}mv^2$ をとって図を描くと、その曲線の傾きは力を表すことを示せ。

問6 次の問いに答えよ。

(1) ド・モアブルの定理、 $(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta$ を証明せよ。

(2) $-4i$ の2乗根を求めよ。

問7 質量 m の質点が水平で滑らかな直線状のレールの上に束縛され、質点に結んだ糸を直線から下 h の距離にある固定された滑らかな小穴に通して、その先に質量 M のおもりが吊るしてある。質点を平衡の位置から少しずらして放すときの微小振動の周期を求めよ。

レポート問題 (9) 中島班 2007/6/11

A4 レポート用紙に解答を記入すること。学生番号、名前を記入し、2枚以上の時は必ず左上をホッチキスで止めて提出のこと。小テスト直後に回収します。

Q 重力の加速度が高さ y とともに $g = g_0 \left(1 + \frac{y}{a}\right)^{-2}$ に従って減少するとき、鉛直上方に初速度 v_0 で投げ上げられた質点が再び地球上に戻らないようにするための初速度の下限を、運動方程式から求めよ。ただし、 a は地球の半径である。