

小テスト

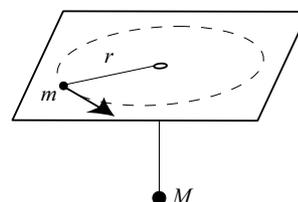
問題 中心力が作用している質点 m の位置ベクトルを \mathbf{r} とする。

- (1) $\mathbf{r} \times m \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{L}$ は定ベクトルであることを示せ。
- (2) $|\mathbf{L}|$ を、極座標 r, θ を用いて表せ。

問1 x 軸上の質点 m に原点からの変位に比例した復元力 $-kx$ が働いている。この質点に x 軸方向の外力 $F_0 \cos \omega t$ を与えるとき、以下の問いに答えよ。

- (1) この質点の運動方程式を求めよ。
- (2) 外力がないとき ($F_0 = 0$) の運動方程式の一般解を求めよ。
- (3) $x(t) = A \cos \omega t$ ($\omega \neq \sqrt{k/m}$) を仮定して、運動方程式を満たすような A を求めよ。また、 $|A|$ を ω の関数として図示せよ。
- (4) $\omega \neq \sqrt{k/m}$ のとき、運動方程式の一般解が (2) で求めた $F_0 = 0$ のときの一般解と (3) で求めた特殊解の和で表されることを確かめよ。また、時刻 $t = 0$ で $x = x_0, \dot{x} = 0$ であるときの質点の運動を求めよ。
- (5) $\omega = \sqrt{k/m}$ のとき、 $x(t) = Bt \sin(\omega t)$ を仮定し、運動方程式を満たすような B を求めよ。この特殊解を時間の関数として図示せよ。

問2 糸を滑らかな水平面にあけた滑らかな穴に通し、一方の端に質量 M の質点を結んで穴から吊るし、他端には質量 m の質点を結んで水平面上に置き、この質点 m に糸と垂直方向に速度を与えた。質量 m の初速を v_0 で、このときの水平面上での糸の長さを l_0 として以下の問いに答えよ。



- (1) 質量 M の鉛直方向の運動方程式と、二次元極座標を用いた質点 m の水平面上の運動方程式を立てよ。その際、糸の張力を S とせよ。
- (2) 上で求めた運動方程式から、質点 m の角運動量が保存されることを示せ。また、この糸のエネルギー保存の式を導け。
- (3) 質点 m は動径方向 r のどのような範囲を動きうるかエネルギー保存の式を用いて調べよ。質点 M および m はどのような運動をするか論ぜよ。

問3 ばねによる減衰振動において、力学的エネルギー (運動エネルギー + 弾性エネルギー) の時間的変化率が、抵抗力の仕事による消耗の割合に等しくなることを示せ。

来週 (7/30) は期末テストです。3 班合同で実施します。理学部 E102 で行います。講義室を間違えないようにして下さい。階段教室になっておりますので、1 ステップ置きに座っていただくなどのご協力をお願いします。検討を祈る！