物理科学演習問題（３）　中島班　２００８／４／２８

小テスト (10 分)

問　直交座標の原点 O を始点とし、x, y, z 軸上に単位ベクトル $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$ を 3 辺とする立方体を考える。O を始点とし、立方体の yz 平面上にある対角線を $\boldsymbol{a}$、zx 平面上にある対角線を $\boldsymbol{b}$、xy 平面上にある対角線を $\boldsymbol{c}$ とする。$\boldsymbol{a}$ 方向に 2 kgf、$\boldsymbol{b}$ 方向に 4 kgf、$\boldsymbol{c}$ 方向に 3 kgf の力がそれぞれ作用している時、これらの**合力**とその**大きさ**を求めよ。

発展 とある問題は、力試しの問題です。授業中に解説などは行いません。ある程度解いてみて、自分の解答をチェックして欲しいという人は、レポート提出時に合わせて解答して下さい。

問１ 2 つのベクトル $\boldsymbol{A} = 2\boldsymbol{i} - 2\boldsymbol{j} + 3\boldsymbol{k}$ と $\boldsymbol{B} = -\boldsymbol{i} + 2\boldsymbol{j} + 2\boldsymbol{k}$ がある。ここで、$\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$ は直交座標系の単位ベクトルである。

(1) 2 つのベクトルのなす角はいくらか。

(2) ベクトルの内積を用いて、2 つのベクトルに垂直なベクトルを求めよ。(長さは任意で良い)

(3) ベクトルの外積を用いて、2 つのベクトルに垂直な単位ベクトルを求めよ。

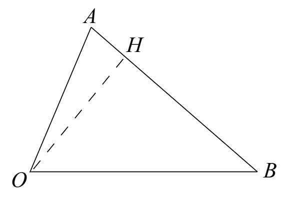
問２ 次の問題に答えよ。

(1) 三角形 ABC の頂点 A, B, C の位置ベクトルをそれぞれ $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ とする。このとき、三角形 ABC の重心 G への位置ベクトル $\boldsymbol{g}$ は　$\boldsymbol{g} = \dfrac{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}}{3}$ であることを、重心は中線を 2:1 に内分するという性質は使わずに示せ。

(2)発展　同様にして、四面体 $ABCD$ の重心 G の位置ベクトル $\boldsymbol{g}$ は、$\boldsymbol{g} = \dfrac{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}+\boldsymbol{d}}{4}$ であることを示せ。($\boldsymbol{d}$ は頂点 D の位置ベクトルである)

問３ 右の図を参考にして以下の問いに答えよ。

ベクトル $\overrightarrow{OA} = \boldsymbol{i} + 2\boldsymbol{j}$, $\overrightarrow{OB} = 3\boldsymbol{j}$ とする。三角形 OAB において、O から辺 AB に引いた垂線の交点を H とする。ベクトル $\overrightarrow{OH}$ を求めよ。



問４ **(1)** $\boldsymbol{i} \times \boldsymbol{i} = \boldsymbol{j} \times \boldsymbol{j} = \boldsymbol{k} \times \boldsymbol{k} = \boldsymbol{0}$ および $\boldsymbol{i} \times \boldsymbol{j} = \boldsymbol{k}$, $\boldsymbol{j} \times \boldsymbol{k} = \boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{k} \times \boldsymbol{i} = \boldsymbol{j}$ を用いて、$\boldsymbol{A} = A_x\boldsymbol{i} + A_y\boldsymbol{j} + A_z\boldsymbol{k}$、$\boldsymbol{B} = B_x\boldsymbol{i} + B_y\boldsymbol{j} + B_z\boldsymbol{k}$ ならば $\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B} = (A_yB_z - A_zB_y, A_zB_x - A_xB_z, A_xB_y - A_yB_x)$ であることを示せ。

(2) (1) において、ベクトル $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$ の間の角度を θ とすると、$|\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B}| = |\boldsymbol{A}||\boldsymbol{B}| \sin\theta$ となることを示せ。

問５ ベクトル $\boldsymbol{A}$ の大きさが時間に対して一定であれば、ベクトル $\boldsymbol{A}$ と $\dfrac{d\boldsymbol{A}}{dt}$ は互いに垂直であることを示せ。

問６ 質量 m の物体が速度に比例した空気抵抗を受けながら落下する。重力加速度を g、空気抵抗の速度に対する比例係数を $\gamma(>0)$ として、この運動の運動方程式を記せ。

問６では、ニュートンの運動方程式が理解できているか！が大事です。最終的な答えにまでたどり着けなくとも、方程式が立てられるか、力を数え上げられるかどうか、が大事です。解ける人はどんどん意欲的に取り組んでください。そうでない人は、友人や教員の解説をよく理解して、第一セメスター中に苦手意識を取り除くよう努めて下さい。

レポート問題（３）　中島班　２００８／４／２８

<u>A4 レポート用紙に解答を記入すること。学生番号、名前を記入し、２枚以上の時は必ず左上をホッチキスで止めて提出のこと。小テスト直後に回収します。</u>

Ｑ１ 振動膜が水平におかれたスピーカーがある。小さな物体をその振動膜の上にのせておき、スピーカーに一定振幅 A で、周波数を変えられる交流を流す。この小さな物体が膜と接触したままでいられる最大の振動数を求めよ。なお、振動膜は単振動をするものとする。

Hint! 接触しているときは振動膜からの抗力が働いている。

Ｑ２ 投射位置から前方 a に高さ h の壁がある。この壁を越えるのに必要な最小の初速度 v_0 とその時の投射角度 θ を求めよ。超えればよいのであって、壁の位置で最大高度である必要がないことに注意せよ。重力加速度を g とする。

Ｑ３ 次の式の証明を行え。

(1) $(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}) = 2\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}$

(2) $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{0}$ ならば $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}=\boldsymbol{c}\times\boldsymbol{a}$ である。

(3) $\boldsymbol{A}\cdot(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B})=0$

(4) $\boldsymbol{A}=2\boldsymbol{i}-3\boldsymbol{j}-\boldsymbol{k}$ と $\boldsymbol{B}=-6\boldsymbol{i}+9\boldsymbol{j}+3\boldsymbol{k}$ は平行である。(外積を用いよ。)

注意事項

- ベクトルは、太文字 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}, \cdots$ で示すこと。
- 紛らわしい文字 ($\boldsymbol{x}$[エックス], $\boldsymbol{\chi}$[カイ])、($\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{u}$) などの書き方の違いに留意せよ。
- 積極的に解答演示すること。[単位認定の条件]
- `http://home.hiroshima-u.ac.jp/~nobuo/physsciexH20.html` に問題がある。