# 物理科学演習問題（５）　中島班　２００８／５／１９

## 小テスト (5 分)

**問題** 次式を時間 $t$ で微分せよ。ただし、$\boldsymbol{r}$は $t$ の関数で $r = |\boldsymbol{r}|$ である。

$$\boldsymbol{r}^2 + \frac{1}{r^2}$$

---

発展 とある問題は、力試しの問題です。授業中に解説などは行いません。自分の解答をチェックして欲しいという人は、レポート提出時に合わせて解答して下さい。（＋ $\alpha$ の評価もします。）

**問１** $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ を定ベクトルとするとき、次の積分を求めよ。

(1) $\displaystyle\int (\boldsymbol{a}t + \boldsymbol{b})dt$　(2) $\displaystyle\int \boldsymbol{a}\cos t dt$　(3) $\displaystyle\int \left(\boldsymbol{r}\cdot\frac{d\boldsymbol{s}}{dt} + \frac{d\boldsymbol{r}}{dt}\cdot\boldsymbol{s}\right)dt$

(4) $\displaystyle\int \boldsymbol{r}\cdot\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}dt$　(5) $\displaystyle\int 2\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}\cdot\frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2}dt$　(6) $\displaystyle\int \left(\frac{1}{r}\frac{d\boldsymbol{r}}{dt} - \frac{dr}{dt}\frac{\boldsymbol{r}}{r^2}\right)dt$

**問２** 次の問に答えよ。

**(1)** 質量 $m$ の質点に $z$ 方向 (鉛直上方) に重力加速度 $-\boldsymbol{g}$ が働いている。運動方程式を記述せよ。だだし、運動方程式は $m\dfrac{d^2\boldsymbol{r}(t)}{dt^2} = \boldsymbol{F}$ である。

**(2)** 運動方程式を解いて、速度の時間変化を求めよ。ただし $t = 0$ で $\boldsymbol{v}_0 = \boldsymbol{0}$ とする。

**(3)** さらに、高さ $h$ の塔から物体を自由落下させたときの位置の時間変化を求めよ。

**問３** 次の式を示せ。((1) の結果を用いて、(2),(3) を解くと良い。)

**(1)** $\boldsymbol{A}\times(\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{C}) = (\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{C})\boldsymbol{B} - (\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B})\boldsymbol{C}$　　(ベクトル三重積)

**(2)** $(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B})\cdot(\boldsymbol{C}\times\boldsymbol{D}) = (\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{C})(\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{D}) - (\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{D})(\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{C})$

**(3)** $\boldsymbol{A}\times(\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{C}) + \boldsymbol{B}\times(\boldsymbol{C}\times\boldsymbol{A}) + \boldsymbol{C}\times(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}) = \boldsymbol{0}$

**問４ (基本)** デカルト座標で表される単位ベクトル $\boldsymbol{e}_x$, $\boldsymbol{e}_y$ を２次元の極座標の単位ベクトル $\boldsymbol{e}_r$, $\boldsymbol{e}_\theta$ で表せ。

**問５ (重要)** 以下の問いに答えよ。

**(1)** ２次元の直交座標での位置 $(x, y)$ を、極座標 $(r, \theta)$ を用いて表せ。すなわち、$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} = f_1(r,\theta)\boldsymbol{e}_r + f_2(r,\theta)\boldsymbol{e}_\theta$ で表される $f_1(r,\theta)$ および $f_2(r,\theta)$ を求めよ。

**(2)** 直交座標での速度 $(\dot{x}, \dot{y})$ を極座標を用いて表せ。また、その大きさを求めよ。すなわち、$\boldsymbol{v} = \dot{x}\boldsymbol{i} + \dot{y}\boldsymbol{j} = f_3(r,\theta)\boldsymbol{e}_r + f_4(r,\theta)\boldsymbol{e}_\theta$ で表される $f_3(r,\theta)$ および $f_4(r,\theta)$ を求め、$|\boldsymbol{v}|$ を $r, \theta$ で表せ。

**(3)** (2) と同様にして、直交座標表示での加速度ベクトル $\boldsymbol{a} = \ddot{x}\boldsymbol{e}_x + \ddot{y}\boldsymbol{e}_y$ を、極座標表示に直せ。

**問６** [発展] MKSA 単位系の理解を深めるため、次元解析により以下の問いに答えよ。次元解析とは、ある物理量 $Q$ の次元を $[Q]$ と表すと、４つの独立な次元 (長さ (L)、質量 (M)、時間 (T)、電流 (A)) を用いて、$[Q]=\mathrm{L}^{\alpha}\mathrm{M}^{\beta}\mathrm{T}^{\gamma}\mathrm{A}^{\delta}$ と表せることから、$Q$ についての表式を導出する解析方法である。

**(1)** 振り子の運動を考える。振り子の運動を記述するのに必要な物理量は、質量 $m$(kg)、重力加速度 $g$(m/s$^2$)、振り子の長さ $\ell$(m) である。運動方程式を解くこと無しに、周期の表式を求めよ。

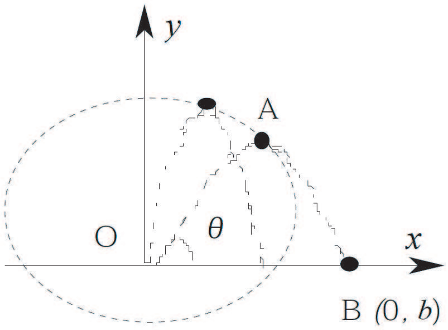
**(2)** ボーア半径の表式を求めよ。電磁場中での荷電粒子の運動を考えることになるので、真空の誘電率 $\varepsilon_0$、プランク定数 $h$、電子の静止質量 $m_e$、素電荷 $e$ などが必要な物理量であろう。

---

# レポート問題（５）　中島班　２００８／５／１９

A4 レポート用紙に解答を記入すること。学生番号、名前を記入し、２枚以上の時は必ず左上をホッチキスで止めて提出のこと。小テスト直後に回収します。

**Q**　図のように、原点 $O$ から初速 $v_0$ でいろいろな角度 $\theta$ で質点を投げた時、水平面の到達距離 $b$ と角度 $\theta$ の関係をグラフに書け。また、その最高到達点 $A$ を結ぶ曲線はどんな図形を示すか、式と共にグラフを書き表せ。




---

**注意事項**

- 結局、正答がわからん！という人は、自力で解いてみた途中経過を添えてレポートとともに提出して下さい。