

小テスト (5分)

問題 デカルト座標で表される単位ベクトル $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y$ を2次元の極座標の単位ベクトル $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta$ で表せ。

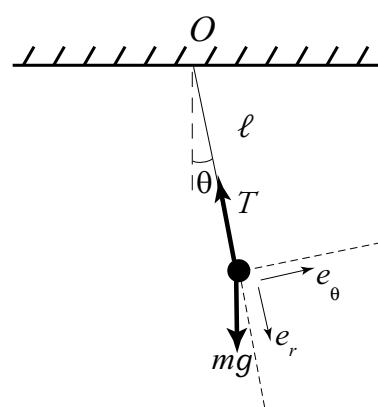
問1 図のように、軽くて一定の長さ l の糸を天井からつるし、先端に質量 m のおもりをつけて鉛直面内で揺らした。重力加速度を g 、糸の張力を T とし、以下の設問に答えよ。(単振り子)

(1) 糸の張力を T とし、おもりに対する運動方程式を直角座標表示で書き下せ。

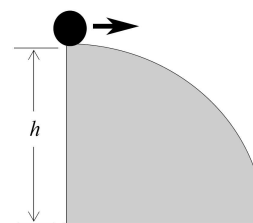
(2) 振動の中心 O を原点とする極座標 (r, θ) を用いて、動径方向 (\mathbf{e}_r 方向) および経度方向 (\mathbf{e}_θ 方向) の運動方程式を示せ。

次に、微小なふれ角 $\theta = \theta_0$ で静止状態にあった質点を時刻 $t = 0$ で静かに離し、振動を始めさせる。

(3) $\sin \theta$ と $\cos \theta$ をマクローリン展開し、 θ について3次以上の項を無視する近似を用いて、(2) で得られた運動方程式を書き直せ。



問2 図のように、質量 m の物体を半径 h の1/4円弧の上端から水平右方向にゆっくりと滑らせた。物体が円弧から離れる高さを求めよ。ただし、力学的エネルギーの保存、 \mathbf{e}_r と \mathbf{e}_θ 方向の運動方程式から考えること。



問3 次の各式を括弧で指定された値の周りでテーラー展開せよ。(0でない最初の3項を算出し、一般項も求めよ。)

- | | | |
|-------------------------------|---------------------------|---------------------------------|
| (1) $\sin ax$ ($x = 0$) | (2) $\ln x$ ($x = 1$) | (3) $\exp(ax)$ ($x = 0$) |
| (4) $\frac{1}{x}$ ($x = 1$) | (5) $\exp(x)$ ($x = 1$) | (6) $\frac{1}{x+1}$ ($x = 0$) |

※ 自然対数の \log を \ln と書く。また、 e^x を $\exp(x)$ と書く。

問4 複素平面上において $z = re^{i\theta}$ とするとき、

- (1) (a) z^* 、(b) $-z$ 、(c) iz 、(d) $-iz$ 、(e) z^2 、(f) $z + iz$ はどのような位置にあるか、図示せよ。
- (2) (1)の結果から、 z に i を乗じることの意味を図を用いて説明せよ。

問5 次の問いに答えよ。

- (1) ド・モアブルの定理、 $(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta$ を証明せよ。
 - (2) $-4i$ の2乗根を求めよ。
-

レポート問題 (6) 中島班 2008/5/26

A4 レポート用紙に解答を記入すること。学生番号、名前を記入し、2枚以上の時は必ず左上をホッチキスで止めて提出のこと。小テスト直後に回収します。

Q 質量 m 、電荷 $q (> 0)$ の荷電粒子が一定の速度で運動している。ある瞬間に定磁場 \mathbf{B} が印加された。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 荷電粒子の位置ベクトルを \mathbf{r} として、磁場が印加された後の荷電粒子の運動方程式をベクトル表示で表せ。(ローレンツ力を外積で表せ)
 - (2) \mathbf{B} を $(0, 0, B)$ として、(1)の答えを成分に分けて表せ。
 - (3) x 方向の解を、 $x = a \sin \omega t$ と仮定して、(2)の微分方程式から y 方向の解を求めよ。
 - (4) 磁場のした仕事について、ベクトルの外積を用いて答えよ。
-

連絡事項

- 6/23 に中間テストを実施します。授業で出題した問題を用いる予定です。良く復習しておいて下さい。