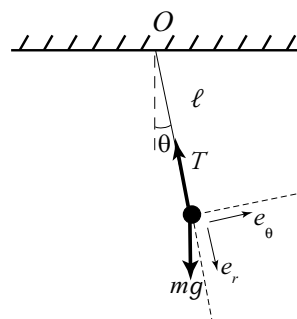


小テスト (5分)

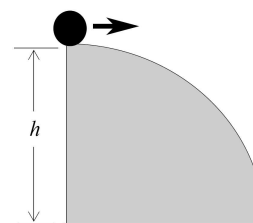
問 軽く一定の長さ  $l$  の糸を天井からつるし、先端に質量  $m$  のおもりをつけて鉛直面内で揺らした。重力加速度を  $g$ 、糸の張力を  $T$  とする。

振動の中心  $O$  を原点とする極座標  $(r, \theta)$  を用いて、動径方向 ( $e_r$  方向) および経度方向 ( $e_\theta$  方向) の運動方程式を示せ。

( $\mathbf{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\mathbf{e}_r + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\mathbf{e}_\theta$  を既知として良い。)



問1 図のように、質量  $m$  の物体を半径  $h$  の  $1/4$  円弧の上端から水平右方向にゆっくりと滑らせた。物体が円弧から離れる高さを求めよ。ただし、力学的エネルギーの保存、 $e_r$  と  $e_\theta$  方向の運動方程式から考えること。



問2 二段式ミサイルが角度  $\theta$ , 初速度  $v_0$  で発射された。このミサイルが軌道の頂点に達したとき、後部の推進部 (質量  $2m$ ) が切り離され、そのまま真下に落下していった。弾頭部分 (質量  $m$ ) は、発射地点より水平距離にしてどこまで飛んでいくか

問3 複素平面上において  $z = re^{i\theta}$  とするとき、

(1) (a)  $z^*$ , (b)  $-z$ , (c)  $iz$ , (d)  $-iz$ , (e)  $z^2$ , (f)  $z + iz$  はどのような位置にあるか、図示せよ。

(2) (1) の結果から、 $z$  に  $i$  を乗じることの意味を図を用いて説明せよ。

問4 次の問いに答えよ。

(1) ド・モアブルの定理、 $(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta$  を証明せよ。

(2)  $-4i$  の 2 乗根を求めよ。

問5 以下の複素数を極形式  $re^{i\theta}$  で表せ。

(1)  $-3i$       (2)  $\sqrt{3} + i$       (3)  $4i$       (4)  $-1$       (5)  $1 + i$       (6)  $1 - \sqrt{3}i$

問6 以下の微分方程式の一般解と括弧内の初期条件を満たす特殊解を求めよ。

(1)  $\frac{dy}{dx} = 6x^2 + 2x, \quad (y(0) = 1)$       (2)  $\frac{dy}{dx} = \log|x|, \quad (y(1) = 1)$

(3)  $\frac{d^2y}{dx^2} = 3x + 2, \quad (y(0) = 2, y'(0) = 1)$       (4)  $\frac{d^2y}{dx^2} = \sin x, \quad (y(0) = 0, y'(0) = 0)$

問7 次の微分方程式を解け。初期条件のあるものは、一般解と特殊解を求めよ。

(1)  $\frac{dy}{dx} = y + 3$       (2)  $\frac{dy}{dx} = (y - a)(y - b)$

(3)  $\frac{dy}{dx} = xy, \quad (y(0) = 3)$       (4)  $3x\frac{dy}{dx} + 2y^2 = xy\frac{dy}{dx}, \quad (y(e) = 1)$

---

## レポート問題 (7)      中島班      2008/6/2

A4 レポート用紙に解答を記入すること。学生番号、名前を記入し、2枚以上の時は必ず左上をホッチキスで止めて提出のこと。小テスト直後に回収します。

Q 次の問いに答えよ。

(1)  $e^x, \quad \sin x, \quad \cos x$  をそれぞれマクローリン展開せよ。

(2) (1)の結果を用いて、オイラーの公式  $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$  を示せ。

---

### 連絡事項

- 6/23 に中間テストを実施します。授業で出題した問題を用いる予定です。良く復習しておいて下さい。