

小テスト (5分)

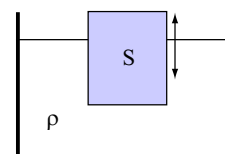
問題 以下の複素数を極形式 ($re^{i\theta}$ または $r(\cos\theta + i\sin\theta)$) で表せ。

(1) $\sqrt{3} + i$ (2) $\sqrt{2 - 2\sqrt{3}}i$

問1 一次元運動をする物体に関する以下の問題に答えよ。

- (1) x 軸上で $-kx$ ($k > 0$: 定数) の力の作用を受けて一次元運動をする質量 m の質点の運動方程式を記せ。
- (2) $\frac{k}{m} = \omega_0^2$ とおいて, 時刻 $t=0$ で, $x=0, v = v_0$ の初期条件のもとで (1) の運動方程式の解を求めよ。
- (3) (1) の運動方程式に \dot{x} をかけることにより, この質点の運動では力学的エネルギーが保存することを示せ。
- (4) (1) の質点が $-kx$ の力に加えて, 速度に比例する抵抗力 $-2m\gamma\dot{x}$ ($\gamma > 0$: 定数) を受ける時, 質点の運動方程式を記せ。
- (5) $\gamma \leq \sqrt{\frac{k}{m}} = \omega_0$ のとき, 時刻 $t=0$ で, $x=0, v = v_0$ の初期条件のもとで (4) の運動方程式の解を求めよ。
- (6) (4) の運動において力学的エネルギーの減少する割合を求めよ。
(ヒント: 運動方程式に \dot{x} をかけるとよい)。

問2 水に浮かぶ直方体の物体がある。静止した状態で水中に d だけ沈んでいる。水の密度を ρ 、水面に平行な直方体の面の断面積を S 、重力加速度を g として、以下の問いに答えよ。



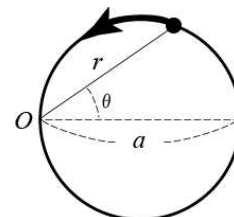
- (1) 浮力は、「押しつけた物体に働いていた重力」と大きさが同じで向きが反対である。このことから、力のつり合いの式を立て、直方体の質量を求めよ。
- (2) 静止状態での直方体の重心の座標を原点にとり、 x だけ手で押して沈める。手を離した直後の直方体の運動を記述する運動方程式を書け。
- (3) 直方体は単振動をする。振動の周期を求めよ。

問3 中心力が作用している質点の位置ベクトルを \mathbf{r} とする。

(1) $\mathbf{r} \times m \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{L}$ は定ベクトルであることを示せ。

(2) $|\mathbf{L}|$ を、極座標 r, θ を用いて表せ。

問4 質点 (質量 m) が円軌道を、その軌道の円周上の1点を中心とする中心力の引力の作用の下で描くときは、力は距離の5乗に逆比例することを示そう。



(1) r と θ の関係を図を参考にして求めよ。

(2) この運動での角運動量の大きさを L とする。 L を m, r, θ を用いて表せ。

(3) (1),(2) の結果から、動径方向の加速度 ($\ddot{r} - r\dot{\theta}^2$) を r のみで表し、質点に働いている力 F_r を求めよ。 (r の時間微分も含まない形にせよ。)

問5 質量 $m, 2m$ の2つの質点 A, B が、水平面の x 軸上で自然長 L 、ばね定数 k のばねでつながれている。A, B の時刻 t での位置を x_1, x_2 とし、B が A よりも x 軸の正の方向にあるとする。ばねを伸ばして、A, B, ばね, 共に静止した状態から手を離す。

(1) A, B について運動方程式を立て、重心 x_G の運動を時刻 t の関数として表せ。ただし、 $t = 0$ で $x_1 = 0, x_2 = L + a$ であるとする ($a > 0$)。

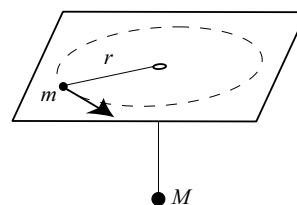
(2) ばねの伸び $X = x_2 - x_1 - L$ は単振動することを示せ。

(3) (1), (2) より、 x_1, x_2 の運動の様子を t の関数としてグラフに示せ。

レポート問題 (12) 中島班 2008/7/7

A4 レポート用紙に解答を記入すること。学生番号、名前を記入し、2枚以上の時は必ず左上をホッチキスで止めて提出のこと。小テスト直後に回収します。

Q 糸を滑らかな水平面にあけた滑らかな穴に通し、一方の端に質量 M の質点を結んで穴から吊るし、他端には質量 m の質点を結んで水平面上に置き、この質点 m に糸と垂直方向に速度を与えた。質量 m の初速を v_0 で、このときの水平面上での糸の長さを l_0 として以下の問いに答えよ。



(1) 質量 M の鉛直方向の運動方程式と、二次元極座標を用いた質点 m の水平面上の運動方程式をたてよ。その際、糸の張力を S とせよ。

(2) 上で求めた運動方程式から、質点 m の角運動量が保存されることを示せ。また、この系のエネルギー保存の式を導け。

(3) 質点 m は動径方向 r のどのような範囲を動きうるかエネルギー保存の式を用いて調べよ。質点 M および m はどのような運動をするか論ぜよ。