

小テスト (5分程度)

問題 ベクトル \mathbf{a} とベクトル \mathbf{b} のつくる平行四辺形の面積をベクトルの内積を用いて表せ。

体得すべきこと

- ベクトル外積の意味と成分を理解せよ。 (今日とはことん、ベクトル外積)
-

問1 指定教科書 §1 (3) ベクトル積 (p.4) によれば、外積 $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ の大きさは、 \mathbf{A}, \mathbf{B} のつくる平行四辺形の面積に等しい。一方、この外積で得られたベクトルの各成分は (1.15) 式で与えられる。[演習問題 (2) 問3 で確認済み。]

- (1) 小テストの結果 [もしくは演習問題 (1) 問2 (2)] を用いて、ベクトル \mathbf{A}, \mathbf{B} のつくる平行四辺形の面積を、成分 (A_x, \dots, B_x, \dots) を用いて表せ。
- (2) (1.15) 式を用いて、 $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ の大きさが (1) の結果と一致することを示せ。

問2 ベクトル外積の基本的な性質について確かめておこう。一生に一回だけのことで、今日はたとえ (ばかばかしいほどに) 自明でも、具体的な成分を全て書き下して解答すること。

- (1) 指定教科書 p5 の (1.12) 式の二つの性質を、成分を書き下して確かめよ。
- (2) 外積を求めるために、(1.15) 式を暗記しておくのは面倒くさい。そんな覚え方をしている人は実はいない。以下の2つの方法のうち、自分に納得のいく方法を選んで確かめよ。

$$(a) \mathbf{A} \times \mathbf{B} = \sum_i \sum_j \sum_k \epsilon_{ijk} \mathbf{e}_i A_j B_k$$

ここで、 i, j, k は x, y, z の任意の座標を表している。また、 $\mathbf{e}_x = \mathbf{i}, \mathbf{e}_y = \mathbf{j}, \dots$ であり、 ϵ_{ijk} は i, j, k が x, y, z の偶置換のとき +1、奇置換のとき -1 となり、それ以外 (例えば ϵ_{xxy} など) では全て 0 を取る。¹

¹ ϵ_{ijk} を Edington's epsilon という。

(b) (3×3) 行列の行列式を求める方法を流用した方法がある。

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = (1.15) \text{ 式の右辺}$$

これは、下図のように表せる。

$$\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

この図の意味を説明し、かつ、確かに (1.15) 式の結果が得られることを示せ。

問3 指定教科書 第1章 演習問題 (p.15) 問1 を解け。

問4 指定教科書 第1章 演習問題 (p.15) 問3 を解け。

問5 指定教科書 第1章 演習問題 (p.16) 問6 を解け。

問6 ベクトル \mathbf{A} の大きさが時間に対して一定であれば、ベクトル \mathbf{A} と $\frac{d\mathbf{A}}{dt}$ は互いに垂直であることを示せ。

問7 指定教科書 第1章 演習問題 (p.15) 問4 を解け。

連休の過ごし方

ひとまず大学生としての生活が始まり、どうであれ「月曜日ー大学ーご飯ー寝るー大学…週末ー（あつと言う間に）日曜夕方ー（初めに戻る）」というルーチンな生活を過ごしていると思います。連休の間に、疲れた頭一度を休め、最低でも夏休み前まで過ごしていけるように、是非ともこの連休の間に態勢を立て直しておいて下さい。今日学習したベクトル外積は連休明けには「ぼっちり！」にしておいて下さい。

5月以降は、ベクトルの微分・積分、微分方程式の解法などについて学んでいきます。本演習の指定教科書のほかに、嶋原先生の指定参考書「物理のための数学」にも目を通し、暗記で解けていた高校物理から、 $m\mathbf{a} = \mathbf{F}$ をもとにして全てを導き出す大学物理への脱却を図っていきましょう。