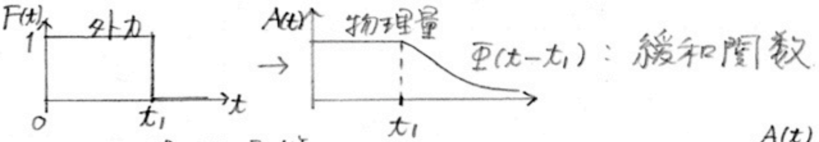
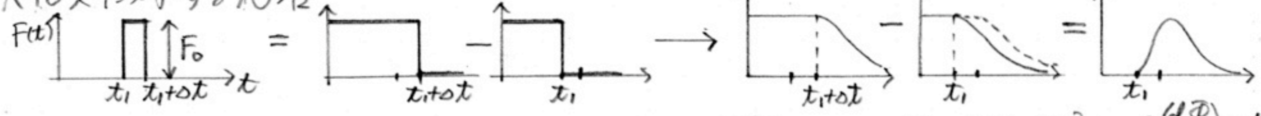
<線形応答と複素感受率>

外力 F → 応答 A

$F_1(t) \to A_1(t)$，$F_2(t) \to A_2(t)$ のとき $F_1(t)+F_2(t) \to A_1(t)+A_2(t)$

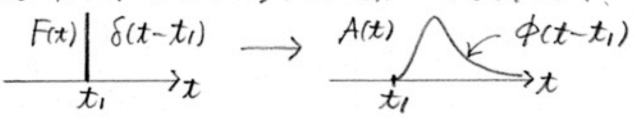


パルスに対する応答



$$F_0\{\Phi(t-t_1-\Delta t)-\Phi(t-t_1)\} \approx -F_0\left(\frac{d\Phi}{dt}\right)_{t=t_1}\Delta t$$

$F_0\Delta t = 1$ となるように，$\Delta t \to 0$ としたとき，



$$\phi(t) = -\frac{d\Phi}{dt} \text{：応答関数}$$

$$F(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(t')\delta(t-t')\,dt'$$

と書くと，これに対する応答は，

$$A(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(t')\phi(t-t')\,dt' = \int_{-\infty}^{t} F(t')\delta(t-t')\,dt'$$

$F(t) = e^{-i\omega t}$ に対する応答は，

$$A_\omega(t) = \int_{-\infty}^{t} e^{-i\omega t'}\phi(t-t')\,dt' \quad \downarrow \tau = t-t'$$

$$= e^{-i\omega t}\underbrace{\int_{0}^{\infty}\phi(\tau)\,e^{i\omega\tau}\,d\tau}_{=\chi(\omega)\text{：複素感受率}}$$

- $F(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{-i\omega t}\,d\omega \longrightarrow A(t) = \int_{-\infty}^{\infty}\chi(\omega)F(\omega)\,e^{-i\omega t}\,d\omega$
- $\chi(\omega) = \chi'(\omega) + i\,\chi''(\omega)$ と書くと，

$$A_\omega(t) = \{\chi'(\omega)+i\chi''(\omega)\}(\cos\omega t - i\sin\omega t)$$

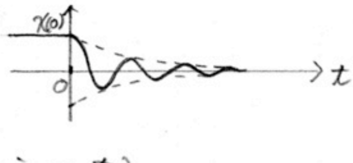
$$= \underbrace{\chi'(\omega)\cos\omega t + \chi''(\omega)\sin\omega t}_{\cos\omega t\text{ に対する応答}} - i\{\underbrace{\chi'(\omega)\sin\omega t - \chi''(\omega)\cos\omega t}_{\sin\omega t\text{ に対する応答}}\}$$

すなわち，$\chi'(\omega)$ は外力と同位相，$\chi''(\omega)$ は $\frac{\pi}{2}$ 遅れた位相の応答を表す

- $\chi'(\omega) = \int_0^\infty \phi(t)\cos\omega t\,dt = \chi'(-\omega)$　　$\chi''(\omega) = \int_0^\infty \phi(t)\sin\omega t\,dt = -\chi''(-\omega)$

- 共鳴吸収

$$\Phi(t) = \chi(0)\,e^{-t/\tau}\cos\omega_0 t$$



とすると，

$$\phi(t) = \chi(0)\times\frac{e^{-t/\tau}}{\tau}(\cos\omega_0 t + \omega_0\tau\sin\omega_0 t) \quad (t>0)$$

$$\chi(\omega) = \chi(0)\times\frac{1}{2}\left[\left\{\frac{1+\omega_0(\omega+\omega_0)\tau^2}{1+(\omega+\omega_0)^2\tau^2} + \frac{1-\omega_0(\omega-\omega_0)\tau^2}{1+(\omega-\omega_0)^2\tau^2}\right\} + i\omega\tau\left\{\frac{1}{1+(\omega+\omega_0)^2\tau^2} + \frac{1}{1+(\omega-\omega_0)^2\tau^2}\right\}\right]$$