確率・統計Ａ　期末試験傾向と対策

2018.7.31

傾向　次の問題を組合せた問題を出題します.

1. X の分布が○○であるとき, X の平均と分散を計算せよ.
2. (X,Y) の分布が○○であるとき, X,Y の相関係数を計算せよ.
3. (X,Y) の分布が○○であるとき, $g(X,Y)$ の確率 (密度) 関数を求めよ.
   $(g(x,y)=x+y,\ g(x,y)=x-y,\ g(x,y)=x^2,\ \cdots)$
4. (X,Y) の分布が○○であるとき, $Y=y$ が与えられたときの X の条件つき分布の確率 (密度) 関数を求めることにより, その分布が△△であることを示せ.
5. ○○分布の特性関数を計算せよ.
6. ○○分布の特性関数は次式で与えられるとする. ○○分布の平均と分散を計算せよ. ただし, 2 次の絶対モーメントが存在すると仮定してよい.
7. $X_1, X_2, \ldots, X_n$ は独立に○○分布に従う確率変数であるとする. $S=\sum_{i=1}^{n} X_i$ の特性関数を求めることによって, S の分布が△△であることを示せ.

問題例

X_1, X_2, X_3 は独立にポアソン分布 $p(\lambda)$ に従う確率変数とする.

(1) $p(\lambda)$ の特性関数を求めよ.

(2) 特性関数を利用して, X_1 の平均と分散を求めよ.

(3) $S=X_1+X_2+X_3$ の特性関数を求めることによって S の分布が $p(3\lambda)$ であることを示せ.

(4) j,k,l は　$j \geq k+l$ を満す非負の整数とする. $\mathrm{P}(S=j, X_1=k, X_2=l)$ を j,k,l,λ を用いて表せ.

(5) S と X_1 の共分散を計算せよ.

(6) $S=j$ が与えられたときの X_1 の条件つき分布の確率関数を求めよ.

(7) S と X_1 は独立か? 理由とともに答えよ.

ただし, $p(\lambda)$ の確率関数は $f(x;\lambda)=e^{-\lambda}\frac{x^{\lambda}}{x1}$ $(x=0,1,2,\cdots)$ である.

対策

- 定義や定理を覚える. 確率密度関数は問題で与えるので覚えなくてよい.
- テキスト 2.5 に出てくる分布を上の 1.∼ 7. に当てはめて計算できるようにしておく. (積分や級数の計算,)
- テキスト章末の演習問題を解けるようにしておく.